На правах рукописи

Садовский Сергей Анатольевич

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХ-, ТРЕХ- И ЧЕТЫРЕХМЕЗОННЫХ СИСТЕМ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ В ЗАРЯДОВООБМЕННЫХ $\pi^- p$ - ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

01.04.23 — физика высоких энергий

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико–математических наук

Протвино 2015

Работа выполнена в ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт" (г. Протвино).

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор В.Л.Коротких (НИИЯФ МГУ, г. Москва), доктор физико-математических наук, профессор А.И.Малахов (ОИЯИ, г. Дубна), доктор физико-математических наук, профессор А.В.Ставинский (ФГБУ ГНЦ РФ ИТЭФ НИЦ "Курчатовский институт", г. Москва).

Ведущая организация – Федеральное государственное бюджетное учреждение Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра "Курчатовский институт" (г. Гатчина).

Защита диссертации состоится "<u>19</u>" <u>июня</u> 2015 г. в <u>15</u> часов на заседании диссертационного совета Д 201.004.01 при ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт" по адресу: 142281, Московская область, г. Протвино, площадь Науки, дом 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт" и на сайте: http://www.ihep.ru/files/Sadovsky thesis.pdf

Автореферат разослан "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 201.004.01

Ю. Г. Рябов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В основу настоящей диссертации положены результаты экспериментальных исследований [1-29], выполненных в рамках программы ГАМС (эксперимент SERP-E-140) на 70-ГэВ ускорителе ИФВЭ, а также на 450-ГэВ протонном синхротроне ЦЕРН (эксперимент NA12) с использованием, соответственно, многофотонных спектрометров ГАМС-2000 и ГАМС-4000.

Целью диссертационной работы является:

- изложение и обобщение методики обработки данных с годоскопических электромагнитных спектрометров типа ГАМС, включая Монте-Карло моделирование данных с этих спектрометров;
- изложение методики Парциально-Волнового Анализа (ПВА) систем из двух псевдоскалярных мезонов, образующихся в зарядовообменных π<sup>-</sup> p-взаимодействиях, а также решение проблемы неоднозначностей ПВА в терминах парциальных амплитуд;
- представление результатов ПВА событий реакции  $\pi^- p \to \pi^o \pi^o n$ при импульсах 38 и 100 ГэВ/с, включая сечения резонансов, выделенных в различных парциальных волнах;
- представление результатов ПВА событий реакции  $\pi^- p \to \eta \pi^o n$ при импульсах 38 и 100 ГэВ/с, включая сечения резонансов, выделенных в различных парциальных волнах;
- спин-волновой анализ  $\eta \pi^o \pi^o$ -систем, образующихся в реакции  $\pi^- p \to \eta \pi^o \pi^o n$  при импульсе 100 ГэВ/с;
- феноменологический анализ спин-четности 4π<sup>o</sup>-состояний, образующихся в зарядовообменых π<sup>-</sup>p-взаимодействиях при импульсах 38 и 100 ГэВ/с;

 обсуждение результатов анализа π<sup>o</sup>π<sup>o</sup>-, ηπ<sup>o</sup>-, ηπ<sup>o</sup>π<sup>o</sup>- и 4π<sup>o</sup>- систем, сравнение их с данными других экспериментов и теоретическими моделями.

Актуальность и научная новизна затронутых в диссертации вопросов определяется тем, что в силу высокой неоднородности в заселенности массовой шкалы мезонными резонансами, включая таковые с высшими спинами, парциально-волновой анализ является необходимым инструментом в мезонной спектроскопии, а методика ПВА, безусловно, актуальной. Предложенное решение проблемы неоднозначностей ПВА бинарных систем из псевдоскалярных мезонов позволило впервые идентифицировать ряд скалярных  $\pi^o\pi^o$ -резонансов в их деструктивной интерференции с нерезонансным фоном, а также исследовать проблему  $\eta \pi^{o}$ -резонанса  $\pi_1(1400)$  с экзотическими квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{-+}$ , что имеет большое значение в плане поиска экзотических состояний. Представленные данные анализа  $\eta \pi^o \pi^o$ -систем актуальны для поиска и идентификации псевдоскалярного глюбола. Приоритетными являются и результаты анализа спин-четности  $4\pi^{o}$ -систем, образующихся в реакции  $\pi^{-}p \to 4\pi^{o}n$ . При этом данные по распаду  $f_2(1270) \to 4\pi^o$  получены впервые.

Автор защищает основные методические разработки и результаты, полученные в рамках проведенных экспериментов на установках ГАМС-2000 (эксперимент SERP-E-140) и ГАМС-4000 (эксперимент NA12) при импульсах 38 и 100 ГэВ/с:

- Алгоритм Фурье-параметризации многомерной Монте-Карло эффективности, основанный на методе максимума энтропии.
- Решение проблемы неоднозначностей в ПВА систем из двух псевдоскалярных мезонов, образующихся в зарядовообменных π<sup>-</sup>*p*-взаимодействиях. Исчерпывающий алгоритм нахождения всех нетривиальных решений ПВА был представлен впервые.
- Разработанный алгоритм сшивки глобальных решений в парциально-волновом анализе бинарных систем псевдоскалярных мезонов, основанный на корнях функции Герстена. Это имело

принципиальное значение для идентификации физического решения в широком диапазоне масс двухпионных систем, образующихся в зарядовообменных  $\pi^- p$ -взаимодействиях.

- ПВА реакции  $\pi^- p \to \pi^0 \pi^0 n$  при импульсах 38 и 100 ГэВ/с в области масс  $\pi^0 \pi^0$ -систем до 3000 МэВ, наблюдение серии скалярных  $\pi^0 \pi^0$ -резонансов,  $f_0(980)$ ,  $f_0(1300)$ ,  $f_0(1500)$  и  $f_0(2010)$ , проявляющихся в деструктивной интерференции с нерезонансным фоном, измерение сечений рождения этих резонансов. В целом, это приоритетный результат.
- ПВА реакции  $\pi^- p \to \eta \pi^0 n$  в области масс  $\eta \pi^0$ -систем до 2500 МэВ, обоснование критерия выбора физического решения, наблюдение серии резонансов в системе  $\eta \pi^0$ , включая  $a_0(980)$ -,  $a_0(1300)$ -,  $a_2(1320)$ -,  $a_4(2040)$ -мезоны, измерение сечений образования указанных резонансов и дифференциального сечения рождения  $a_0(980)$ -мезона в этой реакции.
- Анализ методом Земаха спин-четности  $\eta \pi^0 \pi^0$ -систем, образующихся в зарядовообменных  $\pi^- p$ -взаимодействиях при импульсе 100 ГэВ/с, идентификация резонансов  $\eta(1295)$ ,  $\iota/\eta(1440)$ ,  $f_1(1285)$  и  $f_1(1420)$ , измерение сечений их образования в этой реакции, а также относительных вероятностей распадов резонансов по  $a_0(980)\pi^0$  и  $f_0(980)\eta$ -каналам.
- Феноменологический анализ спин-четности  $4\pi^0$ -систем, образующихся в реакции  $\pi^- p \to 4\pi^0 n$  при импульсах 38 и 100 ГэВ/с, измерение сечений рождения  $f_2(1270)$ -,  $G(1590)/f_0(1500)$ -и  $f_2(1810)$ -мезонов, а также их относительной вероятности распада по  $4\pi^0$ -каналу. Указанные измерения проведены впервые.

**Практическая ценность** диссертационной работы состоит в том, что, развитая методика обработки данных с годоскопических детекторов может быть и уже в известной мере используется для обработки данных с различных детекторов ячеистого типа, включая электромагнитные и адронные калориметры, которые являются основными (базовыми) детекторами в современных физических установках; разработанная методика решения проблемы неоднозначностей в ПВА бинарных систем псевдоскалярных мезонов в терминах

парциальных амплитуд позволила провести указанный анализ в целом ряде экспериментов, выделить физические решения и определить квантовые числа наблюдаемых мезонных резонансов; и, наконец, наблюдение в данных экспериментов на установках ГАМС-2000 и ГАМС-4000 серии скалярных, аксиальных, тензорных и резонансов с высшими спинами важно для развития теоретических моделей в мезонной спектроскопии.

Апробация работы и публикации. Диссертация выполнена в Институте физики высоких энергий. В ее основу положены работы [1-29], выполненные при существенном участии автора в 1985 – 2003 гг. и опубликованные в виде препринтов ИФВЭ, статей в журналах "Ядерная Физика", "Доклады Академии Наук", "Приборы и Техника Эксперимента", "Nuclear Instruments and Methods", "The Europien Physical Journal", "Nuclear Physics A", "Nuclear Physics В", "Physics Letters B", доложены на научных семинарах ИФВЭ, сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, международных конференциях по физике высоких энергий, искусственному интеллекту и методике обработки данных, а также конференциях НАDRON'95, HADRON'97 и LEAP'98.

<u>Структура диссертации.</u> Работа изложена на 200 страницах, состоит из Введения, семи глав и Заключения, содержит 66 рисунков, 5 таблиц и 190 библиографических ссылок.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

<u>В первой главе</u> диссертации кратко описана постановка экспериментов, выполненных в 1979 - 1998 гг. на спектрометре ГАМС-2000 в ИФВЭ и, одновременно, на спектрометре ГАМС-4000 в ЦЕРН в рамках экспериментов SERP-E-140 и NA12, соответственно, с целью изучения нейтральных мезонных состояний, образующихся в зарядовообменной реакции  $\pi^-$ -мезонов на протонах:

$$\pi^- p \to M^o_{\to k\gamma} n.$$
 (1)

Общая схема установки ГАМС-2000 на канале 4В ИФВЭ приведена на Рис.1. Вторичный пучок отрицательных частиц при помощи маг-

нитов  $M_7$ ,  $M_{21}$ ,  $M_{23}$  и квадрупольных линз  $L_{25}$ ,  $L_{26}$ ,  $L_{27}$ ,  $L_{28}$  конечной части магнитооптического канала фокусировался на жидководородную мишень  $LH_2$  длиною 40 см. Регистрация пучковых частиц



Рис. 1: Схема экспериментальной установки ГАМС-2000 на канале 4В ускорителя У-70 в ИФВЭ, подробности см. в основном тексте.

осуществлялась телескопом сцинтилляционных счетчиков  $S_1 - S_5$ . Для идентификации типа частиц использовались пороговые черенковские счетчики  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ . Поперечные координаты частиц пучка измерялись системой двухкоординатных годоскопов  $H_1 - H_4$ .

Тригтер использовался для выделения событий с нейтральными частицами в конечном состоянии реакции (1) при взаимодействии  $\pi^-$ -мезонов пучка с жидководородной мишенью  $LH_2$ . Для регистрации высокоэнергичных фотонов, вылетающих в направление телесного угла, определяемого апертурными счетчиками  $F_4$  и  $F_5$ , использовался спектрометр ГАМС-2000, который является основным детектором установки. Спектрометр ГАМС-2000 схематически показан на Рис. 2. Он представлял собой матрицу из 48х32 черенковских счетчиков с радиаторами из свинцового стекла. Продольный размер (длина радиаторов) равен 41 см, что составляет  $\approx 20$  радиационных длин.

Схема эксперимента NA12 в ЦЕРН подобна схеме эксперимента SRRP-E-140 в ИФВЭ. Установка состоит из спектрометра ГАМС-



Рис. 2: Общий вид комбинированного детектора, расположенного на канале 4В ускорителя У-70 в ИФВЭ: на переднем плане показан спектрометр ГАМС-2000; на втором плане — модульный адронный калориметр. В работах данной диссертации он не использовался.

4000, жидководородной мишени диаметром 6 см и длиной 60 см, окруженной охранной системой счетчиков, и апертурных счетчиков.

Системы обработки данных экспериментов SERP-E-140 в ИФВЭ и NA12 в ЦЕРН во многом схожи. Каждая включает в себя калибровку спектрометра ГАМС в широком пучке электронов, процедуру параметризации электромагнитных ливней в спектрометре, программу реконструкции координат и энергий фотонов по детектируемому распределению энерговыделения в ячейках спектрометра, кинематический анализ событий.

В диссертации, раздел 1.2, система обработки данных рассмотрена на примере эксперимента SERP-E-140. Калибровка спектрометра ГАМС-2000 широким электронным пучком занимала около 8 часов

ускорительного времени. В основе калибровки лежит процедура минимизации разрешения спектрометра по энергии на множестве калибровочных событий. Функционал минимизации имеет вид:

$$F = \sum_{j} (\sum_{i} \alpha_i A_i^j - E_b)^2, \qquad (2)$$

где  $\alpha_i$  - калибровочный коэффициент для счетчика  $i, A_i^j$  - амплитуда с этого счетчика в j-том калибровочном событии,  $E_b$  - энергия электронного пучка. Здесь рассмотрены различные варианты калибровки, включая метод среднего ливня и ряд приближенных методов.

Далее в разделе рассмотрены процедуры восстановления координат электромагнитных ливней в спектрометрах типа ГАМС и параметризации энерговыделения ливней в ячейках спектрометра в эависимости от координат ливня  $\{X, Y\}$  относительно центров  $\{X_i, Y_j\}$ ячеек кластера ливня. Для параметризации используется двумерная кумулятивная функция энерговыделения ливня в спектрометре

$$F_2(X,Y) = \int_{-\infty}^X \int_{-\infty}^Y \Phi(x,y) dx dy, \qquad (3)$$

которая выражается через функцию плотности поперечного энерговыделения ливня  $\Phi(x, y)$  и тесно связанную с ней одномерную кумулятивную функцию

$$F_1(X) = \int_{-\infty}^X \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x, y) dx dy, \qquad (4)$$

которая напрямую измеряется во время калибровки спектрометра ГАМС широким пучком электронов:

$$F_1(X_{i_c} - \frac{d}{2} - X) = \sum_{i < i_c} \sum_j A_{ij},$$
(5)

где  $X_{i_c}$  - х координата центра ячейки внутри кластера энерговыделения ливня  $(i_c > 1)$ , а d - поперечный размер ячейки спектрометра.

Затем рассмотрены алгоритмы реконструкции физических событий в спектрометрах типа ГАМС и кинематического анализа реконструированных событий. Последний рассмотрен на примере реакции

$$\pi^- p \to \eta 2\pi^0 n \to 6\gamma n, \tag{6}$$

где проводился 4С-фит: фиксированы известные массы нейтрона,  $\eta$ -мезона и двух  $\pi^0$ -мезонов в конечном состоянии реакции (6).

В разделе 1.3 изложены принципы и методы Монте-Карло моделирования событий в спектрометрах типа ГАМС, использовавшиеся для вычисления эффективности регистрации событий различных реакций. Рассмотрен подход, основанный на банке реальных фотонных ливней, зарегистрированных в экспериментах на установке ГАМС-2000, а также метод среднего ливня, который использовался при обработке данных экспериментов на установке ГАМС-4000. Прямое сравнение показало, что оба метода, практически, эквивалентны.

В разделе 1.4, см. [5, 6, 7], излагается методика Фурье-параметризации многомерной Монте-Карло эффективности регистрации

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda} \varepsilon_{\lambda} f_{\lambda}(\mathbf{x}) \tag{7}$$

событий реакции (1), основанная на принципе максимума энтропии. Здесь  $f_{\lambda}(\mathbf{x})$  - это полная система ортонормированных функций в пространстве существенных переменных эксперимента {**x**}. Для оценки коэффициентов  $\varepsilon_{\lambda}$  в ряде (7) на подмножестве МК-событий можно использовать величины:

$$\widetilde{\varepsilon}_{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i} f_{\lambda}(\mathbf{x}_{i}), \tag{8}$$

где N - число событий в подмножестве  $E\{i\}$ . Здесь предполагается, что исходный ансамбль МК-событий  $E_0\{i\}$  распределен равномерно по гиперкубу  $\Delta_m$ . Оценка дисперсии  $\sigma_{\lambda}^2$  коэффициента  $\tilde{\epsilon}_{\lambda}$  дается формулой:

$$\sigma_{\lambda}^{2} = \frac{1}{N^{2}} \sum_{i} (f_{\lambda}(x_{i}) - \tilde{\varepsilon}_{\lambda})^{2}.$$
(9)

Если ограничиться в сумме (7) конечным числом членов (скажем, оставить только члены с  $\sigma_{\lambda} \leq \tilde{\epsilon}_{\lambda}$ ), то уравнения (7-9) в сравнительно простых случаях решают задачу параметризации эффективности Монте-Карло. В более сложных многомерных случаях предложено дополнить метод статистиками, основанными на принципе максимума энтропии, с целью регуляризации процедуры разложения в ряд Фурье с приближенными коэффициентами.

Оценки энтропии и ее дисперсии при разложении эффективности в ряд (7) на множестве МК-событий  $E\{i\}$  равны:

$$\widetilde{h}(\varepsilon) = -\frac{1}{N} \sum_{i} \ln \varepsilon(\mathbf{x}_{i}), \quad \widetilde{\sigma}_{h}^{2} = \frac{1}{N} \sum_{i} (\ln \varepsilon(\mathbf{x}_{i}) - \widetilde{h}(\varepsilon))^{2}.$$
(10)

Первая их этих величин может быть использована для регуляризации рядов Фурье. Численные расчеты показали однако, что более эффективной статистикой для регуляризации Фурье-параметризаций на дискретных множествах является не энтропия, а статистика  $H(\varepsilon)$ 

$$H(\varepsilon) = \tilde{\sigma}_h / \tilde{h}(\varepsilon), \tag{11}$$

весьма близкая к энтропии. Если упорядочить коэффициенты разложения (7)  $\varepsilon_{\lambda}$  в порядке возрастания шумовой компоненты (эту величину можно характеризовать отношением  $\sigma_{\lambda}/\tilde{\varepsilon}_{\lambda}$ ), то при прочих равных условиях число членов в разложении следует ограничить таким числом L, при котором статистика  $H(\varepsilon)$  достигает минимума.

Последовательный Фурье-анализ эффективности МК требует введения еще двух статистик:  $S(\varepsilon)$  и  $\chi_L^2(\varepsilon)$ . Первая из них (детали см. в [5]) равна:

$$S(\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{\lambda=0}^{L} |\sum_{i=1}^{N} (\frac{f_{\lambda}(\mathbf{x}_{i})}{\varepsilon(\mathbf{x}_{i})} - a_{\lambda})|, \qquad (12)$$

где  $a_{\lambda} = \frac{1}{V_m} \int_{\Delta m} f_{\lambda}(\mathbf{x}) d^m \mathbf{x}$ . В качестве оценки  $a_{\lambda}$  используется величина:

$$a_{\lambda} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} f_{\lambda}(\mathbf{x}_i).$$
(13)

Эта статистика может применяться для дифференциации случаев везде ненулевой эффективности в гиперкубе  $\Delta_m$  от таковых, где эффективность зануляется в некоторых областях  $\Delta_m$ . Вторая статистика есть  $\chi^2_L$  с L степенями свободы:

где

$$\chi_L^2(\varepsilon) = \sum_{\lambda=0}^L \frac{(a_\lambda - E_\lambda(\varepsilon))^2}{D_\lambda(\varepsilon)},\tag{14}$$

$$E_{\lambda}(\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f_{\lambda}(\mathbf{x}_{i})}{\varepsilon(\mathbf{x}_{i})}, \qquad D_{\lambda}(\varepsilon) = \frac{1}{N^{2}} \sum_{i=1}^{N} \left[ \frac{f_{\lambda}(\mathbf{x}_{i})}{\varepsilon(\mathbf{x}_{i})} - E_{\lambda}(\varepsilon) \right]^{2}.$$
9



Рис. 3: Параметризация двумерного распределения (15) рядом сферических функций на множестве в 50 тыс. МК-событий. Оптимальное значение L = 20, при котором  $P(\chi_L^2, L) = 62\%$ .

Она характеризует качество полученной параметризации (7). Если эффективность зануляется в некоторых областях  $\Delta_m$ , то вычисление статистик (12-14) следует проводить по областям, где  $\varepsilon(\mathbf{x}) > \varepsilon_{min}$ .

Для иллюстрации эффективности применения описанной методики на Рис.3 справа представлена полученная параметризация в виде ряда сферических гармоник двумерного распределения

$$\varepsilon(\theta,\phi) \sim \sin^2\theta \cdot e^{-(2\phi^2 - \cos\theta)^2} - 0.1$$
 (15)

с заметными областями нулевых значений плотности вероятности при  $\cos\theta \simeq -1$  на множестве в 50 тыс. Монте-Карло событий (при  $\varepsilon(\theta, \phi) < 0$  плотность распределения событий (15) полагалась равной нулю). А на четырех рисунках слева здесь же представлены зависимости параметра  $\varepsilon_{min}$ , относительного объема ненулевой эффективности V, энтропии и вероятности  $P(\chi_L^2, L)$ , соответствующей  $\chi_L^2$  (14), от числа гармоник L, использованных для параметризации распределения (15). В соответствии с этими рисунками для параметризации было использовано L = 20 сферических гармоник, что соответствует описанию полученной параметризацией ансамбля МК-событий с вероятностью  $P(\chi_L^2, L) = 62\%$ , тогда как эта же величина для оригинального распределения (15) равна 65%, подробнее см. [7].

Вторая глава посвящена методике парциально-волнового анализа бинарных систем псевдоскалярных мезонов. Она рассмотрена

на примере реакции

$$\pi^- p \to \eta \pi^o \ n.$$
 (16)

В системе Готтфрида-Джексона дифференциальное сечение реакции (16) для экспериментов на неполяризованной мишени с недетектируемыми поляризациями нуклонов в конечном состоянии реакции может быть представлено в виде:

$$d^{4}\sigma/dt \, dM \, d\cos\theta \, d\phi = I(t, M, \cos\theta, \phi) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{p}\lambda_{n}} |H_{\lambda_{p}\lambda_{n}}(t, M, \cos\theta, \phi)|^{2},$$
(17)

где t - квадрат переданного импульса, M - эффективная масса системы  $\eta \pi^{o}$ ,  $\theta$  и  $\phi$  - углы вылета  $\eta$ -мезона в системе Готтфрида-Джексона,  $H_{\lambda_p\lambda_n}$  - спиральные амплитуды, и, наконец,  $\lambda_p$ ,  $\lambda_n$  - спиральности нуклонов в реакции (16).

Спиральные амплитуды  $H_{\lambda_p\lambda_n}$  в свою очередь выражаются через парциальные амплитуды  $L^l_{\lambda_p\lambda_n,m}(t,M)$  с угловым моментом l и спиральностью m системы  $\eta\pi^o$ :

$$H_{\lambda_{p}\lambda_{n}}(t, M, \cos \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} L^{l}_{\lambda_{p}\lambda_{n},m}(t, M) D^{l*}_{m0}(\phi, \theta, 0),$$
(18)

где  $D_{mm'}^l$  - это *D*-функции Вигнера, которые при целом *l* и m' = 0 выражаются через сферические функции  $Y_l^m(\theta, \phi)$  и далее - через присоединенные функции Лежандра  $P_l^m(cos\theta)$  и экспоненту.

Без потери общности процедуру масс-независимого парциальноволнового анализа квазидвухчастичных реакций, включая реакцию (16), можно разбить на две стадии. На первой стадии зарегистрированные в эксперименте события используются, чтобы получить оценки моментов  $t_{\lambda}$  сферических гармоник углового распределения событий изучаемой реакции  $I(t, M, \Omega)$ :

$$I(t, M, \Omega) = \Sigma_{\lambda} n_{\lambda} t_{\lambda}(t, M) Y_{\lambda}(\Omega), \qquad (19)$$

где здесь и далее:

$$Y_{\lambda}(\Omega) \equiv Re \ Y_l^m(\Omega), \tag{20}$$

 $\lambda \equiv lm$  - двойной индекс сферических функций  $Y_l^m(\Omega), \ \Omega \equiv \{\theta, \phi\}$  - телесный угол, а  $n_\lambda$  - нормировка функций  $Y_\lambda(\Omega)$ :

$$\begin{aligned} &n_{\lambda} = 2, \qquad m \neq 0. \\ &n_{\lambda} = 1, \qquad m = 0, \end{aligned}$$
 (21)

На второй стадии вычисляются парциальные амплитуды реакции на основе системы уравнений, которые связывают моменты  $t_{\lambda}$  с парциальными амплитудами  $L^l_{\lambda n \lambda n.m}(t, M)$ :

$$t_{\lambda} = \int d\Omega \, Y_{\lambda}(\Omega) \, I(t, M, \cos \theta, \phi) = \frac{1}{2} \int d\Omega \, Y_{\lambda}(\Omega) \sum_{\lambda_p \lambda_n} |H_{\lambda_p \lambda_n}(t, M, \Omega)|^2,$$
(22)

см. уравнение (18). Эта стадия является весьма важной для дальнейшей физической интерпретации результатов анализа, поскольку процедура нахождения амплитуд реакции по моментам  $t_{\lambda}$  углового распределения не является однозначной.

В разделе 2.2 рассмотрено решение проблемы неоднозначностей ПВА на примере реакции (16) с учетом только S-, P- и D-волн с проекцией углового момента на третью ось  $|\mu| \leq 1$ . Угловое распределение событий реакции (16) в системе Готтфрида-Джексона в терминах спиральных амплитуд с ненатуральной,  $H_-$ , и натуральной,  $H_+$ , спин-четностью обмена в t-канале

$$I(\Omega) = |H_{-}(\Omega)|^{2} + |H_{+}(\Omega)|^{2}$$
(23)

может быть записано в следующем виде [9]:

$$4\pi \cdot I(\Omega) = |h_0(z) + h_-(z) \cos\phi|^2 + |h_+(z) \sin\phi|^2, \qquad (24)$$

где при наличии только S-,  $\ P$ - <br/>и D-волн с $|\mu| \leq 1$ 

$$h_{o}(z) = S + \sqrt{3} \cdot P_{o} \cdot P_{1}^{0}(z) + \sqrt{5} \cdot D_{o} \cdot P_{2}^{0}(z),$$
  

$$h_{-}(z) = \sqrt{3} \cdot P_{-} \cdot P_{1}^{1}(z) + \sqrt{5/3} \cdot D_{-} \cdot P_{2}^{1}(z),$$
  

$$h_{+}(z) = \sqrt{3} \cdot P_{+} \cdot P_{1}^{1}(z) + \sqrt{5/3} \cdot D_{+} \cdot P_{2}^{1}(z).$$
(25)

Здесь S,  $P_{o,\pm}$ ,  $D_{o,\pm}$  – это комплексные парциальные амплитуды,  $z = \cos\theta$ ,  $\theta$  - полярный угол вылета  $\eta$ -мезона в системе Готтфрида-Джексона. Зависимость углового распределения (23) от азимутального угла (угла Траймана-Янга) полностью характеризуется тремя моментами по  $\cos(m\phi)$ , m = 0, 1, 2:

$$\langle \cos(m\phi) \rangle = \int_0^{2\pi} I(\Omega) \, \cos(m\phi) \, d\phi,$$
 (26)

Совместно с (25) это позволяет получить следующие уравнения:

$$2 < 1 > +4 < \cos(2\phi) >= |h_o(z)|^2 + |h_-(z)|^2,$$
  

$$4 < \cos(\phi) >= h_o(z)h_-(z)^* + h_o(z)^*h_-(z),$$
  

$$8 < \cos(2\phi) >= |h_-(z)|^2 - |h_+(z)|^2.$$
(27)

В первые два уравнения входят амплитуды исключительно с ненатуральной спин-четностью обмена в t-канале, которые могут быть выражены в терминах функции G(u):

$$4 < 1 > +8 < \cos(2\phi) > = |G(u)|^2 + |G(-u)|^2$$
(28)

$$8 < \cos(\phi) >= |G(u)|^2 - |G(-u)|^2, \tag{29}$$

где

$$G(u) = h_o(u) + h_-(u) G(-u) = h_o(u) - h_-(u),$$
(30)

 $u = tg(\theta/2)$  и  $z = (1 - u^2)/(1 + u^2)$ . Область определения G(u)функции (30) в два раза шире, чем область определения моментов (28) и (29). Введенная G(u)-функция, фактически, представляет собой отношение полиномов степени 2L от переменной u:

$$G(u) = P_{2L}(u)/(1+u^2)^L.$$
(31)

В случае ПВА с учетом S-, P- и D-волн L = 2, и  $P_{2L}(u)$  в (31) есть полином четвертой степени, который может быть выражен через свои корни  $u_i$ , i = 1, 2, 3, 4. Функцию G(u) при этом можно записать в виде:

$$G(u) = C \prod_{i=1}^{4} (u - u_i) / (1 + u^2)^2, \qquad (32)$$

где C - некоторая комплексная константа. Уравнение (32), по существу, решает проблему неоднозначностей ПВА. Оно позволяет найти все наборы парциальных амплитуд (в нашем случае S,  $P_{o,\pm}$ ,  $D_{o,\pm}$ ), которые приводят в точности к одному и тому же угловому распределению событий в реакции (16), см. [9]. Действительно, если мы знаем набор амплитуд, который описывает угловое распределение событий реакции, т.е. одно решение, то можем найти явное выражение G(u)-функции в виде (31) и определить 4 корня полинома в ее числителе. Далее можем найти еще 15 других G(u)-функций (32) последовательным комплексным сопряжением четырех корней полинома в ее числителе. В результате будет получено 2<sup>4</sup> G(u)-функций.

Все найденные таким образом G(u)-функции имеют равные модули и, соответственно, приводят к идентичным комбинациям (28) и (29) моментов  $\langle \cos(m\phi) \rangle$ .

Для каждой из полученных G(u)-функций вычисляются соответствующие  $h_o(z)$  и  $h_-(z)$  функции, равно как и величины S-,  $P_{o,-}$ - и  $D_{o,-}$ -амплитуд, используя уравнения (30) и (25). На последнем этапе при помощи третьего уравнения в системе (27) и полученных ранее функций  $h_-(z)$  и  $< \cos(2\phi) >$  от z вычисляется функция  $|h_+(z)|^2$ 

Соответствующие каждому решению в секторе амплитуд с ненатуральной спин-четностью величины  $P_+$ - и  $D_+$ -амплитуд могут быть получены на основе функции  $|h_+(z)|^2$ , см. третье уравнение системы (25). Благодаря линейности последнего уравнения относительно z(общий множитель  $(1 - z^2)^{1/2}$  может быть опущен в обеих частях уравнения), этот шаг не приводит к дополнительной неоднозначности ПВА в секторе амплитуд с натуральной спин-четностью в рассматриваемом случае L = 2. В результате получается  $2^{2L} = 16$  решений, каждое из которых дает идентичное с начальным угловое распределение (25) в реакции (16). Обобщение изложенной процедуры для случая произвольного L не представляет труда.

Из 16 найденных наборов амплитуд восемь наборов могут быть получены из восьми других комплексным сопряжением всех парциальных амплитуд (тривиальная неоднозначность). Таким образом, в ПВА реакции (16) с учетом S-,  $P_{o,\pm}$ - и  $D_{o,\pm}$ -волн существует 8 различных нетривиальных решений.

Рассмотренная выше процедура нахождения нетривиальных решений решает проблему неоднозначностей в каждом отдельном бине по массе системы  $\eta \pi^o$ . Следующий важный шаг - сшивка решений, независимо найденных в соседних массовых бинах. Наиболее эффективной является процедура, основанная на требовании гладкости корней функции Герстена в соседних интервалах (бинах) по массе анализируемой системы. Условие гладкости при переходе от массового бина n - 1 к бину n количественно формулируется в виде требования минимума функционала  $\Phi_n$  на множестве всех возможных перестановок корней функции Герстена  $\{\lambda_k^n\}$  в бине n по отношению к таковым в бине n - 1:

$$\Phi_n = \sum_{k=1}^{2L} \frac{(a_k^{n-1} - a_{\lambda_k}^n)^2}{(\Delta a_k^{n-1})^2 + (\Delta a_{\lambda_k}^n)^2} + \sum_{k=1}^{2L} \frac{(a_k^{n-2} - 2a_k^{n-1} + a_{\lambda_k}^n)^2}{(\Delta a_k^{n-2})^2 + 4(\Delta a_k^{n-1})^2 + (\Delta a_{\lambda_k}^n)^2},$$
(33)

где  $a_k^i = Re \ u_k^i$  при  $1 \le k \le L$  и  $a_k^i = Im \ u_k^i$  при  $L + 1 \le k \le 2L$ это действительные и мнимые части корней функции Герстена в массовом бине *i*, соответственно. Первая сумма в (33) есть требование непрерывности корней Герстена, а вторая сумма - непрерывности их первых производных.

В разделе 2.3, следуя работе [15], проведено количественное исследование точности нескольких схем масс-независимого ПВА методом Монте-Карло на примере реакции (16) с целью выявления возможных систематических погрешностей. При обработке данных реальных экспериментов на первой стадии (определения моментов  $t_{\lambda}$ ) используется несколько математически различных процедур, см. [15]. Три из них, наиболее характерные, рассмотрены ниже.

В основе первого типа процедур лежит математически строгий метод максимума правдоподобия (ML), в соответствии с которым моменты  $t_{\lambda}$  определяются путем минимизации функционала:

$$F_{ML} = -\sum_{i=1}^{N} \ln\{I(\Omega_i)\} + \sum_{\lambda} \varepsilon_{\lambda} t_{\lambda}, \qquad (34)$$

где  $\varepsilon_{\lambda}$  - коэффициенты разложения эффективности регистрации реакции в ряд по сферическим гармоникам (20).

Второй тип процедур использует приближенные методы. Рассмотрен метод, который далее мы будет называться методом Грайера (Gr). Суть его состоит в модификации функционала метода максимума правдоподобия путем введения веса  $w_i$  событий:

$$F_{Gr} = -\sum_{i=1}^{N} w_i \ln\{I(\Omega_i)\varepsilon(\Omega_i)\},$$
(35)

где в качестве веса использовалась величина, обратная эффективности регистрации события  $i, w_i = 1/\varepsilon(\Omega_i)$ . Нормировка ML-метода при этом сохраняется:  $\int I(\Omega)\varepsilon(\Omega) \ d\Omega = \sum_{\lambda} \varepsilon_{\lambda} t_{\lambda} = N$ .

Наконец, третий тип процедур использует методы линейной алгебры, см. [15]. Асимптотически, при увеличении числа измеренных



Рис. 4: Зависимость эффективности регистрации событий реакции (16) при импульсе 100 ГэВ/с в системе Готтфрида-Джексона от углов  $\cos \theta_{GJ}$  и  $\phi_{TY}$  [18] при  $M_{\eta\pi^0} = 1.32$  ГэВ,  $\varepsilon_{min} = 0.008$ .

событий и соответствующем повышении точности определения эффективности, этот метод, подобно методу максимума правдоподобия, является точным. МК-моделирование "регистрируемых"  $\eta \pi^{o}$ событий было проведено с учетом эффективности регистрации, см. Рис.4, для двух исходных *D*-волновых состояний  $\eta \pi^{o}$ -системы в реакции (16):  $D_{o}$  и  $D_{+}$ . Парциально-волновой анализ ансамблей МКсобытий проводился каждым из перечисленных выше методом как в терминах моментов  $t_{\lambda}$ , так и в терминах парциальных амплитуд: *S*-,  $P_{o,\pm}$ - и  $D_{o,\pm}$ . В последнем случае находились все 8 нетривиальных решений ПВА.

Наличие нулевой эффективности при  $\cos \theta \approx -1$ , Рис. 4, требует особо тщательного анализа событий в этой области. Даже при высокой статистике число таких событий сильно флуктуирует, и при использовании приближенных методов ПВА могут возникнуть значительные систематические погрешности. Для контроля за этими эффектами был введен предварительный отбор событий по их эффективности  $\varepsilon_i$ : события с  $\varepsilon(\Omega_i) < \varepsilon_{th}$  отбрасывались. Далее проверялась устойчивость результатов при вариации параметра  $\varepsilon_{th}$ .



Рис. 5: Квадраты модулей амплитуд, полученные при различных порогах  $\varepsilon_{th}$  в результате ПВА методом Грайера (Gr), методом максимума правдоподобия (ML), а также алгебраическим методом (ML'), подробнее см. в [15]. Из восьми решений представлено ближайшее к исходному (чистая  $D_o$ -волна - слева,  $D_+$ -волна - справа). Точками показаны значения |  $D_o$  |<sup>2</sup>, |  $D_+$  |<sup>2</sup> и | S |<sup>2</sup>, остальные волны в пределах погрешностей не отличаются от нуля.

Определенные методом Грайера величины нормированных моментов  $g_{lm} = t_{lm}/t_{oo}$  при малых  $\varepsilon_{th}$  резко отличаются от ожидаемых в отличие от результатов метода максимума правдоподобия. Противоречие особенно велико в случае исходной  $D_+$ -волны.

Аналогичные результаты получены и при проведении ПВА в терминах парциальных амплитуд. Они представлены на Рис. 5, где некорректность использования метода Грайера для ПВА реакции (16) в эксперименте проявляется столь же ярко [18]. Очень велики искажения в случае исходной  $D_+$ -волны: интенсивность восстановленной  $D_+$ -волны составляет всего лишь половину от исходной, но на близком к ней уровне (30%) "создается"  $D_o$ -волна и до 20% перекачивается в S-волну, возникает заметная  $P_o$ -волна.

Суммируя вышесказанное, делается вывод, что применение метода Грайера для ПВА реакции (16) в условиях эксперимента [18] является некорректным. Данные следует переанализировать методом максимума правдоподобия.

В третьей главе представлены результаты парциально-волнового анализа реакции

$$\pi^- p \to \pi^o \pi^o n \tag{36}$$

при импульсах 38 и 100 ГэВ/с, полученные на установках ГАМС-2000 в ИФВЭ и ГАМС-4000 в ЦЕРН. Что касается данных при 38 ГэВ/с, то они были набраны в двух сеансах, 1980 г. и 1984 г., с существенно различной геометрией. В сеансе 1980 г. расстояние от мишени до спектрометра ГАМС-2000 было 9 м, а в сеансе 1984 г. – 4.3 м, триггер второго уровня подавлял здесь также регистрацию событий с массой системы  $k\gamma$  в реакции (1) меньшей 0.6 ГэВ. Кроме того, в сеансе 1984 г. была набрана статистика более чем на порядок величины большая, чем в сеансе 1980 г., что позволило в результате существенно повысить чувствительность эксперимента 1984 г. Вместе с тем условия набора данных в сеансе 1980 г. обеспечили хорошую регистрацию  $\pi^o \pi^o$ -системы от порога и до 1.7 ГэВ. Так что сеансы 1980 г. и 1984 г. при импульсе 38 ГэВ/с взаимно дополняют друг-друга.

Обработка данных с целью выделения событий реакции (36) рассмотрена в разделе 3.1 диссертации на примере сеанса 1980 г. на установке ГАМС-2000. Отбор 85.5 тыс.  $\pi^o \pi^o$ -событий был проведен посредством кинематического анализа 4 $\gamma$ -событий на предмет совместимости их с кинематикой реакции (36) при одной конкурирующей гипотезе:  $\pi^- p \to \eta \pi^o n$  (3С-фит,  $\chi^2_{\pi^o \pi^o n} < \chi^2_{\eta \pi^o n}, \chi^2_{\pi^o \pi^o n} < 12$ ), – детали см. в [14]. При этом влиянием других двухмезонных систем с четырьмя фотонами в конечном состоянии реакции можно пренебречь в силу доминирования реакции (36) в классе 4 $\gamma$ -событий.

ПВА отобранных событий был проведен в 20 МэВ интервалах по массе  $2\pi^{o}$ -системы в области до 1.7 ГэВ. Учитывались только *S*-,  $D_{0}$ -,  $D_{-}$ - и  $D_{+}$ -волны. Для анализа угловых распределений использовался метод максимума правдоподобия, основанный на функционале (34). При этом эффективность регистрации и коэффициенты  $\varepsilon_{\lambda}(M_{2\pi^{o}})$  ее разложения в ряд по сферическим гармоникам  $Y_{\lambda}(\Omega)$ вычислялись с использованием методики, изложенной в разделе 1.4 диссертации. В качестве иллюстрации на Рис.6 приведены двумерные срезы трехмерной эффективности при  $\phi = \pi$  и  $M_{2\pi^{o}} = 1.3$  ГэВ. При учете в ПВА только *S*,  $D_{0}$  и  $D_{\pm}$ -волн в каждом бине по массе



Рис. 6: Срезы трехмерной эффективности регистрации реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 38 ГэВ/с и  $-t < 0.2 \ (\Gamma$ эВ/с)<sup>2</sup>: а) при  $\phi = \pi$ и b) при  $M_{2\pi^o} = 1.3$  ГэВ. Сеанс 1980 г. на установке ГАМС-2000.

существуют два нетривиальных решения, которые были найдены методом, описанным во второй главе диссертации. При этом сшивка решений в соседних массовых бинах осуществлялась по корням функции Герстена (30). Оказалось, что полученные в результате глобальные решения хорошо разделяются, и идентификация физического решения не вызывает затруднений в силу его известных физического собенностей, Рис. 7. А именно, в интенсивностях D-волн доминирует  $f_2(1270)$ -мезон, при этом все D-волны зануляются в околопороговой области масс  $2\pi^o$ -системы, а интенсивность S-волны практически линейно растет от порога системы. Далее, в S-волне наблюдается острый провал, обусловленный деструктивной интерференцией  $f_0(980)$ -мезона с нерезонансным S волновым фоном.

Обработка данных сеанса 1984 г. при импульсе 38 ГэВ/с велась аналогично сеансу 1980 г. за тем исключением, что в ПВА учитывались также  $G_0$ -,  $G_-$ - и  $G_+$ -волн. При этом полагалось, что  $|G_-| = |G_+|$  при малых |t|. Эффективность регистрации была параметризована в виде ряда Фурье, коэффициенты которого зависели как от массы  $2\pi^o$ -системы, так и от квадрата переданного импульса системе t.

Введение в ПВА G-волн приводит к 8 нетривиальным решениям



Рис. 7: Физическое решение в ПВА событий реакции  $\pi^- p \to 2\pi^o n$  при импульсе 38 ГэВ/с и -t < 0.2 (ГэВ/с)<sup>2</sup>. Сеанс 1980 г. на установке ГАМС-2000.

в каждом бине по массе  $2\pi^{o}$ -системы. Сшивка решений в соседних бинах проводилась с использованием корней функции Герстена (30). Полученные глобальные решения при |t| < 0.2 (ГэВ/с)<sup>2</sup> во всем интервале масс хорошо разделяются. Идентификация физического решения из 8 возможных осуществлялась на основе физических критериев. Оставшиеся в результате два решения различаются между собой незначительно и демонстрируют все характерные особенности физического решения: пики от  $f_2(1270)$ , в  $D_0 D_{-}$  и  $D_+$ -волнах, а также пики от  $f_4(2050)$ -мезона в G-волнах.

Основной интерес здесь представляет однако поведение S-волны, квадрат амплитуды которой в зависимости от массы  $2\pi^o$ -системы



Рис. 8: Слева: интенсивность S-волны по данным сеансов 1980 и 1984 гг. на установке ГАМС-2000 для двух решений ПВА реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 38 ГэВ/с и -t< 0.2 (ГэВ/с)<sup>2</sup>, удовлетворяющих критериям физического решения при  $M_{2\pi^o} > 800$  МэВ; справа: относительная фаза S- и  $D_0$ -волн в указанных решениях.

представлен на Рис.8 слева, а разность фаз S- и  $D_0$ -волн — на рисунке справа. При этом в области масс до 800 МэВ показано единственное решение ПВА сеанса 1980 г., Рис.7, а при  $M_{2\pi^o} > 800$  МэВ показаны уже два решения по данным сеанса 1984 г. Как и в данных 1980 г. в интенсивности S-волны виден провал в области  $f_0(980)$ -мезона, а также провал в области 1490 МэВ с последующим широким максимумом при 1700 МэВ, которые раньше не наблюдались. Узкий провал при 1490 МэВ можно интерпретировать, как проявление  $f_0(1500)$ мезона в деструктивной интерференции с нерезонансной S-волной. Аргументом может служить быстрое изменение относительной фазы S- и  $D_0$ -волн в областях  $f_0(980)$ - и  $f_0(1500)$ -мезонов, см. Рис. 8 справа. Это позволяет высказать предпочтение решению, показанному на Рис. 8 черными кружками, как единственному физическому.

Другим аргументом в пользу наблюдения  $f_0(980)$ -мезона в деструктивной интерференции в S-волне при малых |t| является поведение S-волны в области  $f_0(980)$ -мезона при 0.45 <-t< 1.0 (ГэВ/с)<sup>2</sup>, Рис. 9, где  $f_0(980)$  уже виден в виде четкого пика. Фитирование квад-



Рис. 9: Интенсивность S-волны по данным ПВА сеанса 1984 г. в реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 38 ГэВ/с и -t< 0.2 (ГэВ/с)<sup>2</sup> (слева), а также при 0.45 <-t< 1.0 (ГэВ/с)<sup>2</sup> (справа). Сплошная линия – фит функцией Брейта-Вигнера и полиномиальным фоном с учетом интерференции, фон показан пунктиром.

рата S-волны функцией Брейта-Вигнера и полиномиальным фоном с учетом интерференции дало значения параметров  $f_0(980)$ -мезона  $(M_{f_0} = 997 \pm 5 \text{ МэВ}, \Gamma_{f_0} = 48 \pm 10 \text{ МэВ})$ , хорошо согласующиеся с данными таблицы частиц.

В разделе 3.2 представлены результаты ПВА реакции (36) при импульсе 100 ГэВ/с. Обработка данных (сеанс 1984 г. на установке ГАМС-4000) проводилась аналогично обработке при 38 ГэВ/с. Отметим лишь, что уровень фона в отобранном ансамбле  $2\pi^0$ -событий не превышал 1%, а полное количество  $2\pi^0$ -событий составляло 644 тысячи. Для анализа использовались только события с -t < 0.2(ГэВ/с)<sup>2</sup>, где доминирует однопионный обмен, подробнее см. [11].

ПВА событий реакции (36) при импульсе 100 ГэВ/с был проведен в области масс  $2\pi^0$ -систем от 0.8 до 3.0 ГэВ. Учитывались все четные волны со спином  $l \leq 6$  и проекцией на третью ось  $|\mu| \leq 1$ . Вклад других волн оказался пренебрежимо мал. ПВА в области масс от 0.8 до 2.4 ГэВ проводился с учетом S-,  $D_0$ -,  $D_-$ -,  $D_+$ -,  $G_0$ -,  $G_-$ - и  $G_+$ -волн, а в области от 1.8 до 3.0 ГэВ — дополнительно с учетом и J-волн:  $J_0$ ,  $J_-$  и  $J_+$ . Проблема неоднозначности в каждом массовом интервале решалась методом функций Герстена, см. (30). При учете только S-, D-, G-волн с  $|\mu| \leq 1$  неоднозначности ПВА (8 нетривиаль-



Рис. 10: Слева: реальные (вверху) и мнимые (внизу) части четырех корней функции Герстена в зависимости от массы системы  $2\pi^0$ , полученные в ПВА реакции (36) при учете *S*-, *D*- и *G*-волн с  $|\mu| \leq 1$  в области масс до 2400 МэВ. Справа: реальные (вверху) и мнимые (внизу) части шести корней функции Герстена, полученные при учете *S*-, *D*-, *G*- и *J*-волн с  $|\mu| \leq 1$  в области масс от 1800 до 3000 МэВ.

ных решений) характеризуются четырьмя корнями функции Герстена, а в случае S-, D-, G- и J-волн ( $|\mu| \leq 1$ ) — шестью корнями (32 нетривиальных решения). Реальные и мнимые части корней Герстена приведены на Рис. 10. Корни в соседних массовых бинах хорошо разделяются, что позволяет провести сшивку решений ПВА, используя критерий (33), см. [11]. Физическое решение в области масс до 2.4 ГэВ показано на Рис.11. Оно выделено на основе критериев, использованных ранее при анализе 38 ГэВ/с данных, и имеет ожидаемый вид с наличием известных резонансов в S-, D- и G-волнах, см. [11].

ПВА в области масс от 1.8 до 3.0 ГэВ с учетом S-,  $D_0$ -,  $D_{\pm}$ -,  $G_0$ -,  $G_{\pm}$ -,  $J_0$ -,  $J_{\pm}$ -волн показал, что в пределах статистических ошибок вклад  $J_-$ - и  $J_+$ -волн равен нулю. Поэтому из последующего анализа они были исключены. Кроме того, в соответствии с моделью



Рис. 11: Физическое решение в ПВА реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 100 ГэВ/с, -t < 0.2 (ГэВ/с)<sup>2</sup> и учете *S*-, *D*- и *G*-волн с  $|\mu| \leq 1$  в области масс до 2400 МэВ.

Окса-Вагнера был введен ряд связей между модулями амплитуд и относительными фазами. В результате ПВА был проведен с 10-ю фитируемыми параметрами: шестью модулями амплитуд |S|,  $|D_0|$ ,  $|D_-|$ ,  $|G_0|$ ,  $|G_-|$ ,  $|J_0|$ , и тремя относительными фазами:  $\phi_S - \phi_{D_0}$ ,  $\phi_{G_0} - \phi_{D_0}$  и  $\phi_{J_0} - \phi_{D_0}$ . Полученные 32 глобальных решения были проанализированы с целью отбросить нефизические. В результате найдено единственное решение, которое удовлетворят всем физическим критериям, см. Рис.12. Оно характеризуется быстрой вариацией разности фаз  $\phi_{G_0} - \phi_{D_0}$  в области  $f_4(2050)$ -мезона и  $\phi_{J_0} - \phi_{D_0}$  в области  $f_6(2510)$ , что подтверждает резонансную природу этих состояний, см. Рис.12 внизу в центре и справа.

Полученное физическое решение находится в хорошем согласии с результатами ПВА при импульсе 38 ГэВ/с [14, 17]. При этом *S*-волна демонстрирует сложное поведение в зависимости от массы системы



Рис. 12: Физическое решение в ПВА реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 100 ГэВ/с,  $-t < 0.2 \ (\Gamma$ эВ/с)<sup>2</sup> с учетом S-, D-, G- и J-волн с  $|\mu| \leq 1$  в области масс  $2\pi^o$ -системы до 3000 МэВ.

 $\pi^o \pi^o$ , см. Рис. 13. В ее интенсивности видна серия из четырех пиков, разделенных тремя провалами (дипами) при массах 1000, 1500 и 2000 МэВ. Первые два дипа наблюдались при импульсе 38 ГэВ/с. Первый был отождествлен с  $f_0(980)$ -, а второй – с  $f_0(1500)$ -мезоном, см. [11, 14]. Дип при массе 2000 МэВ ранее не наблюдался. Его естественно отождествить со скалярным мезоном с массой ~ 2000 МэВ подобно тому, как это ранее было сделано в отношении  $f_0(980)$ - и  $f_0(1500)$ мезонов. Быстрая вариация разности фаз  $\phi_S - \phi_{D_0}$ , см. Рис. 12 (внизу слева), как в области ~ 1500 МэВ, так и в области ~ 2000 МэВ, подтверждает резонансную природу этих состояний.

Параметры скалярных резонансов были определены фитированием квадрата *S*-волны тремя функциями Брейта-Вигнера и экспоненциальным фоном, Рис. 13. Однако качество фитирования спектра



Рис. 13: Интенсивность S-волны в физическом решении ПВА реакции  $\pi^- p \rightarrow 2\pi^o n$  при импульсе 100 ГэВ/с и  $-t < 0.2 (ГэВ/с)^2$  (черные точки). Открытыми точками при массе меньшей 1000 МэВ показана нормированная интенсивность S-волны в физическом решении при импульсе 38 ГэВ/с. Сплошная линия показывает фит спектра скалярными резонансами  $f_0(980), f_0(1300), f_0(1500)$  и  $f_0(2010)$ .

существенно улучшается, особенно в области масс ~ 1300 МэВ, если ввести еще и резонансное состояние  $f_0(1300)$ . Данные ПВА при импульсе 100 ГэВ/с свидетельствуют, таким образом, о наличии четырех скалярных  $\pi^o \pi^o$ -резонансов в области масс до 2.5 ГэВ.

Что касается резонансов с высшими спинами, то в результате фита интенсивностей соответствующих волн получены параметры  $f_2(1270)$ -,  $f_4(2050)$ - и  $f_6(2510)$ -резонансов, находящиеся в хорошем согласии с данными предыдущих экспериментов.

Четвёртая глава посвящена парциально-волновому анализу событий реакции

$$\pi^- p \to \eta \pi^o n \tag{37}$$

при импульсах 100 и 38 ГэВ/с. Интерес к этой реакции связан с возможностью наблюдения в ней  $\eta \pi^o$ -резонансов с экзотическими квантовыми числами:  $I^G J^{PC} = 1^{-1^{+}}$ . Этот интерес существенно возрос после сообщения о обнаружении резонанса M(1405) в системе  $\eta \pi^o$  с

указанными квантовыми числами по данным эксперимента NA12.

Сообщение об открытии экзотического состояния M(1405) было воспринято неоднозначно. Во-первых, наблюдаемое доминантное рождение  $a_2(1320)$ -мезона в волне  $D_0$  противоречит отмечаемому здесь же доминирующему  $\rho$ -обмену в области масс 1.2-1.6 ГэВ, поскольку  $\rho$  является мезоном с натуральной спин-четностью. Во-вторых, анализ угловых распределений реакции (37) проводился методом Грайера, область применения которого весьма ограничена [8], и, наконец, в ПВА реакции (37) с учетом S-,  $P_{0,\pm}$ - и  $D_{0,\pm}$ -волн существует 8 нетривиальных решений [9, 10], тогда как в оригинальной работе было найдено только 2 решения, см. [18]. Поэтому было предложено переанализировать данные при импульсе 100 ГэВ/с.

В разделе 4.2 диссертации представлены результаты анализа рождения  $a_2(1320)$ -мезона в реакции (37) при импульсе 100  $\Gamma \partial B/c$  с использованием метода максимума правдоподобия и учетом всех 8 нетривиальных решений ПВА, см. [18]. Они свидетельствуют о доминировании  $D_+$ -волны в механизме рождения  $a_2(1320)$ -мезона в реакции (37). Для отношения интенсивностей  $D_0$  и  $D_+$  при этом получено ограничение:

$$|D_o/D_+|^2 < 0.16.$$
 (38)

Что касается теоретической интерпретации результатов, согласно модели полюсов Редже сечение образования  $a_2^o(1320)$ -мезона в реакции (37) определяется  $\rho$ - и *b*-траекториями. В рамках этой модели предсказывается, что зависимость отношения квадратов амплитуд с неестественной и естественной спин-четностью

$$R = (|D_o|^2 + |D_-|^2) / |D_+|^2$$
(39)

в ведущем порядке по импульсу пучка  $\pi^-$ -мезонов  $p_{\pi}$  имеет вид  $R \sim 1/p_{\pi}$ , что согласуется с данными предыдущих экспериментов, результатом (38), но резко противоречит доминантности  $D_0$ -волны в механизме образования  $a_2(1320)$ -мезона в реакции (37). Это еще один аргумент для признания результата ПВА о наблюдении M(1405)-мезона в реакции (37) при импульсе 100 ГэВ/с некорректным.

В разделе 4.3 приводятся аргументы использовать данные сеанса 1984 г. на установке ГАМС-2000 при импульсе 38 ГэВ/с для проведения ПВА реакции (37) с целью поиска экзотических состояний в

области масс M(1405)-резонанса. Основным из них является статистика  $\eta \pi^0$ -событий, в 4 раза превышающая статистику сеанса 1984 г. на установке ГАМС-4000 при импульсе 100 ГэВ/с.

В разделе 4.4 представлены результаты ПВА реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с в области масс  $\eta\pi^0$ -системы до 1200 МэВ. Вкладом *D*-волн в этой области масс можно пренебречь, а анализ можно вести с учетом лишь *S*-, *P*<sub>0</sub>-, *P*<sub>-</sub>- и *P*<sub>+</sub>-волн. В этом случае есть только два нетривиальных решения ПВА. Они показаны на Рис. 14. Решения хорошо разделяются, идентификация физического решения не вызывает затруднений, на рисунке оно показано сплошной линией. Его характерная особенность – доминирующий пик от  $a_0(980)$ мезона в квадрате *S*-волны. Фитирование последней некогерентной суммой функции Брейта-Вигнера и полиномиального фона (Рис.14, слева вверху) дает параметры  $a_0(980)$ -мезона ( $M = 992 \pm 3$  МэВ,  $\Gamma = 90 \pm 9$  МэВ), хорошо согласующиеся с табличными. Здесь же



Рис. 14: Два решения ПВА реакции (37) с учетом *S*-, *P*<sub>0</sub>-, *P*<sub>-</sub>- и *P*<sub>+</sub>волн при 38 ГэВ/с. Физическое (нефизическое) решение показано сплошной (штриховой) линией. Сеанс 1984 г. на установке ГАМС-2000.

приведено сечение образования  $a_0(980)$ -мезона в реакции (37) и дифференциальное *t*-распределение.

В разделе 4.5 диссертации представлены результаты масс-независимого ПВА реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с в области  $\eta\pi^{o}$ -масс выше 1600 МэВ с учетом S-, P-, D-, F- и G-волн с  $|m| \leq 1$ , см. [21]. В этой области, несмотря на высокую степень неоднозначности решений ПВА (128 решений в каждом бине по массе), физическое решение выделяется проще чем при меньших массах, т.к. здесь вслед за  $a_2^o(1320)$ -мезоном должен наблюдаться  $a_4^o$ -мезон, с квантовыми числами I<sup>G</sup>J<sup>PC</sup> = 1<sup>-</sup>4<sup>++</sup>. При этом в механизме его образования также следует ожидать доминантность  $\rho$ -обмена, как и в случае  $a_3^o(1320)$ .

В силу указанной высокой степени неоднозначности ПВА анализ угловых распределений вначале был проведен в терминах моментов  $t_{\lambda}$  сферических гармоник, см. Рис. 15, поскольку здесь неоднозначностей не существует. Поведение практически всех моментов в зависимости от массы системы  $\eta \pi^0$  носит сложный резонансный характер. Что касается высших моментов,  $t_{80}$ ,  $t_{81}$  и  $t_{82}$ , то они выражаются исключительно через *G*-волны, см. [21]:

$$\Delta N \sqrt{4\pi} t_{80} = 0.831 |G_o|^2 - 0.665 (|G_-|^2 + |G_+|^2),$$
(40)

$$\Delta N \sqrt{4\pi} t_{81} = 1.115 |G_o G_-| \cos(\phi_{G_o} - \phi_{G_-}), \tag{41}$$

$$\Delta N \sqrt{4\pi} t_{82} = 0.421 \ (|G_-|^2 - |G_+|^2), \tag{42}$$

и это позволяет уже на уровне этих моментов сделать выводы о наблюдении в области масс  $\approx 2000$  МэВ резонанса в  $G_+$ -волне, преимущественно образующегося за счет обмена с естественной спинчетностью ( $|G_+|^2 >> |G_-|^2$ ). Оценки массы и ширины резонанса,  $M = 2020 \pm 25$  МэВ,  $\Gamma = 220 \pm 140$  МэВ, равно как и квантовые числа  $I^G J^{PC} = 1^- 4^{++}$ , позволяют отождествить его с  $a_4(2040)$ -мезоном.

Указанные оценки как параметров  $a_4^o(2040)$ -резонанса, так и соотношения вкладов обменов с разной спин-четностью подтвердились в строгом ПВА непосредственно в терминах амплитуд реакции (37), см. [21]. В силу уравнения (42) и малости  $G_-$ -волны для каждого из 128 решений квадрат модуля  $G_+$ -волны определяется, практически, однозначно, поскольку неопределенности, связанные с выбором конкретного решения ПВА, заметно меньше статистических ошибок.



Рис. 15: Моменты сферических гармоник углового распределения  $\eta\pi^o$ -событий в системе Готтфрида-Джексона реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с, сеанс 1984 г. на установке ГАМС-2000,  $l\leq 8,~m\leq 2.$ 

Параметры  $a_4^o$ -резонанса были определены при совместном фите интенсивностей  $G_+$ - и  $G_o$ -волн некогерентной суммой функции Брейта-Вигнера и констант, описывающих нерезонансные части этих волн. С учетом аппаратурного разрешения ( $\approx 50 \text{ M}$ эB) в этой области масс  $\eta \pi^0$ -системы, они согласуются с предыдущими измерениями:

$$M = 2010 \pm 20 \text{ MeV}, \qquad \Gamma = 370 \pm 80 \text{ MeV}.$$
 (43)

Отношение вкладов обменов с неестественной и естественной спинчетностью определено по интенсивностям  $G_o$ - и  $G_+$ -волн равным:

$$\mathbf{R}_G = (|G_o|^2 + |G_-|^2)/|G_+|^2 = 0.60 \pm 0.16.$$
(44)

В разделе 4.6 рассмотрена область масс  $\eta \pi^{o}$ -системы от 1200 до 1800 МэВ. Это наиболее сложная область в реакции (37) с точки зрения поиска физического решения ПВА и, одновременно, наиболее интересная в плане интерпретации полученных результатов. ПВА был проведен с учетом S-, P<sub>0</sub>-, P<sub>-</sub>-, P<sub>+</sub>-, D<sub>0</sub>-, D<sub>-</sub>- и D<sub>+</sub>-волн, что приводит к восьми нетривиальным решениям. Эта сравнительно небольшая область масс оказалась "перезаселенной" резонансами. Наряду с доминирующим здесь  $a_2(1320)$ -мезоном, разные группы сообщают о наблюдении еще трех резонансов:  $a_0(1300)$ ,  $\pi_1(1370)/\hat{\rho}(1405)$  и  $a_0(1450)$ . В этой связи проблема выбора физического решения и интерпретации полученных результатов становится здесь весьма острой.

Результаты ПВА, Рис. 15, в терминах моментов  $\tilde{t}_{\lambda}$  для системы  $\eta \pi^{o}$ , образующейся в реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с, могут быть пересчитаны в терминах парциальных амплитуд посредством минимизации функционала:

$$F = \Sigma_{\lambda} \ (\tilde{t}_{\lambda} - t_{\lambda}(S, P, D))^2 / \sigma_{\lambda}^2, \tag{45}$$

где моменты  $t_{\lambda}(S, P, D)$  выражаются через парциальные амплитуды и фазы при помощи соответствующих уравнений, см. [27]. Восемь нетривиальных решений в каждом бине по массе  $\eta \pi^o$  находились методом, описанном в главе 2, см. [9]. А сшивка решений проводилась в соседних бинах при помощи корней функции Герстена. Полученные реальные и мнимые части корней Герстена представлены на Рис. 16. Из рисунка ясно видно, что в области масс 1200-1800 МэВ все восемь решений хорошо разделяются, и их сшивка проводится достаточно легко. В результате получаем восемь глобальных решений.



Рис. 16: Реальные и мнимые части корней Герстена в ПВА системы  $\eta \pi^o$  при импульсе 38 ГэВ/с по данным эксперимента ГАМС-2000 [21].

Выбор физического решения, Рис. 17, из восьми в ПВА реакции (37) был осуществлен при помощи критерия физического решения, предложенного в работе [18], согласно которому в модели полюсов Редже отношение (39) падает с ростом импульса пучка  $p_{\pi}$  как

$$R(p_{\pi}) \approx \alpha/p_{\pi}.$$
(46)

Единственная константа  $\alpha$ , входящая в это уравнение, может быть определена на основе более ранних измерений сечения рождения  $a_2(1320)$ -мезона в реакции перезарядки, см. [27]. В результате зависимость отношения сечений (46) от импульса  $p_{\pi}$  оказывается фиксированной. При импульсе 38 ГэВ/с это отношение для  $a_2(1320)$ мезона равно  $\approx 0.4$ . Физическое решение в ПВА реакции (37) может быть идентифицировано поэтому как таковое, для которого отношение равно  $\approx 0.4$ . Среди полученных 8 глобальных решений ПВА существует лишь одно, для которого это отношение  $0.38\pm0.015$  очень близко к указанному физическому значению при импульсе 38 ГэВ/с. Для других решений ПВА отношение (39) существенно меньше 0.4.

В интенсивностях  $D_0$ - и  $D_+$ -волн физического решения, Рис. 17, наблюдаются характерные пики при массе ~ 1300 МэВ. Эти пики соответствуют образованию  $a_2(1320)$ -мезона. В S-волне также наблюдается пик при ~ 1300 МэВ. Он может быть приписан  $a_0(1300)$ мезону, о наблюдении которого в системе  $\bar{K}K$  сообщалось в работах эксперимента OBELIX. Полученные параметры  $a_0(1300)$ -мезона

$$M = 1308 \pm 6 \ MeV, \qquad \Gamma = 101 \pm 14 \ MeV,$$
(47)



Рис. 17: Интенсивности и относительные фазы парциальных волн в физическом решении ПВА системы  $\eta\pi^o$ , образующейся в реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с, по данным работы [23]: *S*- и  $D_0$ -волн (первый столбец гистограмм),  $P_+$ - и  $D_+$ -волн (средний столбец) и  $P_0$ - и  $D_0$ -волн (третий столбец).

хорошо согласуются с параметрами резонанса в этом эксперименте.

В интенсивностях  $P_+$ - и  $P_0$ -волн (две верхних гистограммы справа на Рис. 17) не просматривается ясного резонансного поведения как в случае S-волны. Тем не менее, если зафиксировать массу резонанса в  $P_+$ - и  $P_0$ -волнах равной 1370 МэВ в соответствии с данными эксперимента E852, можно получить достаточно хорошее совместное описание резонансного поведения интенсивностей  $P_+$ ,-  $D_+$ -волн и их относительной фазы (средний столбец гистограмм на Рис. 17), равно как  $P_0$ - и  $D_0$ -волн (третий столбец на Рис. 17), в рамках простой модели, включающей функции Брейта-Вигнера и комплексные константы для описания фона в каждой волне. Результаты ПВА не противоречат существованию экзотического  $\pi_1(1370)$  резонанса с параметрами, согласующимися с данными эксперимента E852.

<u>Пятая глава</u> посвящена анализу  $\eta \pi^o \pi^o$ -систем, образующихся в зарядовообменной реакции

$$\pi^- p \to \eta \pi^o \pi^o n \tag{48}$$

в области масс от 1 до 1.9 ГэВ, где наблюдается несколько псевдоскалярных ( $J^{PC} = 0^{-+}$ ) и аксиально-векторных ( $1^{++}$ ) мезонов в различных каналах распада. Эксперименты по изучению реакции (48) были проведены на установке ГАМС-4000 в пучке  $\pi^-$ -мезонов ускорителя SPS при импульсе 100 ГэВ/с, сеанс 1984 г.

Выделение  $\eta \pi^o \pi^o$ -событий из зарегистрированных в эксперименте 6 $\gamma$ -событий (включая образование  $3\pi^o$ - и  $\eta\eta\pi^o$ -систем) было осуществлено посредством кинематического анализа (4С-фит, фиксированы массы нейтрона отдачи,  $\eta$ - и  $\pi^o$ -мезонов). В результате более 60 тыс.  $\eta \pi^o \pi^o$ -событий было отобрано для дальнейшего анализа. Отбор по квадрату переданного импульса, -t > 0.15 (ГэВ/с)<sup>2</sup>, был введен, чтобы уменьшить вклад фона в области масс  $E/\iota$ -мезона.

ПВА был проведен независимо в 30 МэВ интервалах по массе  $\eta \pi^o \pi^o$ -системы в диапазоне от 1020 до 1920 МэВ. В отобранных событиях резонансы в спектре  $\pi^o \pi^o$ -масс не проявляются, в то время как в спектре  $\eta \pi^o$  наблюдаются два четких пика с массами 980 и 1320 МэВ, которые можно отождествить с  $a_0(980)$ - и  $a_2(1320)$ -мезонами.

В изобарной модели амплитуда распада системы со спин-четностью  $J^P$  составляется из квази-двухчастичных амплитуд с использованием спин-тензоров Земаха  $Z^{J^P}$  и динамических факторов  $F^L$ , которые, как правило, являются функциями Брейта-Вигнера для промежуточных резонансов в двухмезонных подсистемах:

 $A^{J^{P}} = \sum_{k} \alpha_{k}^{J^{P}} \cdot A_{L_{k}}^{J^{P}} = \sum_{k} \alpha_{k}^{J^{P}} \cdot Z_{L_{k}}^{J^{P}}(p^{k_{1}}, p^{k_{2}}, p^{k_{3}}) \cdot F_{k}^{L_{k}}(p^{k_{1}}, p^{k_{2}}),$  (49) где суммирование проводится по парциальным каналам разложения амплитуды  $A^{J^{P}}, \alpha_{k}^{J^{P}}$  - комплексная интенсивность амплитуды  $A_{L_{k}}^{J^{P}}, L_{k}$  - относительный угловой момент двухмезонной подсистемы, включающей в себя  $k_{1}$ - и  $k_{2}$ -мезоны, а  $p^{k_{i}}$  - импульс  $k_{i}$ -мезона в системе покоя  $\eta \pi^{o} \pi^{o}$ . Амплитуды предполагаются симметричными относительно  $\pi^{o}$ -перестановок. Поскольку в методе Земаха проводится интегрирование по угловым переменным, то интерференция возникает только между элементарными амплитудами с одинаковой спин-четностью системы  $\eta \pi^{o} \pi^{o}$ .

Набор элементарных амплитуд, используемый в ПВА, определяется резонансами (изобарами) в двухмезонных подсистемах, равно как и наивысшим значением спина  $\eta \pi^o \pi^o$ -состояний, вклад которых может быть значим в рассматриваемой области масс  $\eta \pi^o \pi^o$ -системы. Четыре изобары потенциально могут давать значительный вклад в двухмезонные спектры масс:  $a_o(980)$  и  $a_2(1320)$  в  $\eta \pi^o$ -подсистеме и  $f_0(980)$ , или ( $\pi^o \pi^o$ )<sub>S</sub>, и  $f_2(1270)$  состояния в  $\pi^o \pi^o$ -подсистеме.

Что касается высшего значения спина, то в ПВА (48) были учтены состояния с  $J \leq 2$ . Для амплитуд используются спектрометрические обозначения  $J^P xyL$ , принятые в изобарной модели. Здесь  $J^P$  спин-четность системы  $\eta \pi^o \pi^o$ , x - промежуточный резонанс (изобара), y - непарный мезон и L - угловой момент между x и y. В модели ПВА мы ограничились только амплитудами с L = 0, 1, т.е. только S- и P-состояниями в системе xy. Явный вид амплитуд см. в [24].

Функции Брейта-Вигнера с динамической шириной и табличными значениями параметров резонансов использовались как динамические факторы  $F_k^{L_k}(p^{k_1}, p^{k_2})$  в уравнении (49) для промежуточных  $a_o(980)$ -,  $a_2(1320)$ - и  $f_2(1270)$ -резонансов. Для описания S-волнового "резонанса"  $f_0$  ( $(\pi^o \pi^o)_S$ ) в  $\pi^o \pi^o$  использовалась параметризация амплитуды реакции  $\pi^+ \pi^- \to \pi^o \pi^o$  в S-волне с нулевым изоспином.

В методе Земаха анализируются распределения событий на диаграмме Далитца, которая для каждого интервала по массе  $\eta \pi^o \pi^o$ представляла собой двумерную гистограмму по инвариантным переменным:  $m_{13}^2$  и  $m_{13}^2$ . Плотность распределения  $\eta \pi^o \pi^o$ -событий представлялась в виде:

$$I_o(m_{13}^2, m_{23}^2) = \sum_{J^P} |A^{J^P}|^2,$$
(50)

где амплитуды  $A^{J^P}$  – это когерентные суммы амплитуд  $A^{JP}_{xyL}$  с заданным значением спин-четности  $J^P$ :

$$A^{J^P} = \sum_{xyL} \alpha_{xyL} \cdot A^{JP}_{xyL}.$$
(51)

Распределение зарегистрированных событий на диаграмме Далитца (50) искажается аппаратной функцией эксперимента:

$$I_{acc}(\tilde{m}_{13}^2, \tilde{m}_{23}^2) = \int dm_{13}^2 dm_{23}^2 \ I_o(m_{13}^2, m_{23}^2) \cdot \varepsilon(m_{13}^2, m_{23}^2) \cdot \varepsilon(m_{13}^2, m_{23}^2) \cdot \varrho(\tilde{m}_{13}^2 - m_{13}^2, \tilde{m}_{23}^2 - m_{23}^2),$$
(52)

где измеренные переменные помечены тильдой,  $\varepsilon(m_{13}^2, m_{23}^2)$  - эффективность регистрации с заданными изначальными массами мезонных пар, а  $\varrho(\tilde{m}_{13}^2 - m_{13}^2, \tilde{m}_{23}^2 - m_{23}^2)$  - функция разрешения спектрометра ГАМС по массам двухмезонных систем в реакции (48). Эффективности, также как и функция разрешения по массе, были получены методом Монте-Карло для каждого интервала по массе  $\eta \pi^o \pi^o$ -системы.

Для фитирования распределений Далитца в 30 МэВ интервалах по массе  $\eta \pi^o \pi^o$  был применен метод максимума правдоподобия. Функция правдоподобия P основана на предположении, что число событий в каждом бине (интервале) диаграммы Далитца подчинено закону Пуассона:

$$-ln \ P = -\sum_{ij} (N_{ij} \ln \mu_{ij} - \mu_{ij}), \tag{53}$$

где  $N_{ij}$  - число зарегистрированных событий в  $\Delta_{ij}$ -интервале распределения Далитца, а  $\mu_{ij}$  - ожидаемое число событий в этом интервале:

$$\mu_{ij} = \int_{\Delta_{ij}} d\tilde{m}_{13}^2 d\tilde{m}_{23}^2 \ I_{acc}(\tilde{m}_{13}^2, \tilde{m}_{23}^2).$$
(54)

Вначале в фит были включены все элементарные амплитуды в соответствии с принятой моделью ПВА. Затем амплитуды с интенсивностями  $|\alpha_k^{J^P}|^2$ , сравнимыми с нулем в пределах стандартного отклонения, были опущены. В результате только 8 амплитуд были оставлены для окончательного фитирования распределений Далитца в области масс до 1.9 ГэВ:  $0^-a_0\pi^o S$ ,  $0^-f_0\eta S$ ,  $1^+a_0\pi^o P$ ,  $1^+f_0\eta P$ ,  $1^+a_2\pi^o P$ ,  $1^+f_2\eta P$ ,  $2^-a_2\pi^o P$  и  $2^-f_2\eta P$ . Таким образом, при достигнутой статистике эксперимента система  $\eta\pi^o\pi^o$  в реакции (48) идентифицируется только в трех  $J^P$ -состояниях:  $0^-$ ,  $1^+$  и  $2^-$ . Спектры масс амплитуд с  $J^{PC} = 0^{-+}$ ,  $1^{++}$ ,  $2^{-+}$  представлены на Рис.18. Как видно из рисунка справа, спектр масс квадрата  $2^{-+}$ -амплитуды является гладким. Эта амплитуда здесь интереса не представляет.

В спектре квадрата амплитуды с  $J^{PC} = 0^{-+}$  проявляются два четких пика при массах 1300 и 1400 МэВ, Рис.18 слева. Первый из них может быть идентифицирован с  $\eta(1295)$ -мезоном, а второй – с  $\eta(1440)$ -мезоном. В квадрате 1<sup>++</sup>-амплитуды, Рис.18 в центре, виден пик в области 1300 МэВ. Его следует идентифицировать с  $f_1(1285)$ мезоном. Других явных пиков в указанных спектрах не наблюдается.



Рис. 18: Спектры масс квадратов  $J^{PC}$ -амплитуд: 0<sup>-+</sup> (слева), 1<sup>++</sup> (в центре) и 2<sup>-+</sup> (справа). Здесь и на следующем рисунке вертикальная шкала показывает число событий, поправленное на эффективность, в 30-МэВ массовых интервалах. Стрелками указаны табличные значения масс  $\eta(1295)$ -,  $\iota/\eta(1440)$ -,  $f_1(1285)$ - и  $f_1(1420)$ -мезонов.

Спектры масс доминирующих  $J^P xyL$ -амплитуд представлены на Рис.19. В них ясно видны пики  $\eta(1295)$ -,  $\iota/\eta(1440)$ - и  $f_1(1285)$ -мезонов. Что касается  $f_1(1420)$ -мезона, то хотя он и не проявляется в спектре масс квадрата суммарной 1<sup>++</sup>-амплитуды, Рис. 18, его пик ясно виден в спектре квадрата 1<sup>+</sup> $a_0\pi^o P$ -амплитуды в области 1420 МэВ.

Сравнение Рис.18 и 19 показывает, что в распаде  $\eta(1295) \rightarrow \eta \pi^o \pi^o$  доминирует канал  $a_0(980)\pi^o$ , несмотря на его очень ограниченный фазовый объем. Распад же  $\iota/\eta(1440) \rightarrow a_0(980)\pi^o$  напротив является слабым, но доминирует канал  $f_0\eta$ .

Спектры масс на Рис.18 были профитированы тремя функциями Брейта-Вигнера (свернутыми с функцией разрешения спектрометра по массе) и некогерентным полиномиальным фоном. Полученные параметры резонансов представлены в Табл. 1. Ширина  $\eta(1295)$ -мезона обусловлена аппаратурным разрешением. Для нее получена верхняя граничная оценка на 90%-ом уровне достоверности. Вклад различных каналов в распады указанных резонансов на  $\eta \pi^o \pi^o$  был оценен, исходя из спектров квадратов  $J^P xyL$ -амплитуд на Рис.19. Функции Брейта-Вигнера с параметрами, статистически согласующими-



Рис. 19: Спектры  $J^P xyL$ -амплитуд в зависимости от массы системы  $\eta \pi^o \pi^o$ :  $0^- a_0 \pi^o S$  (слева),  $0^- f_0 \eta S$  (в центре) и  $1^+ a_0 \pi^o P$  (справа). Стрелками показаны массы  $\eta(1295)$ -,  $\eta(1440)$ ,  $f_1(1285)$  и  $f_1(1420)$ .

ся с табличными для  $\eta(1295)$ ,  $\eta(1440)$ -,  $f_1(1285)$ - и  $f_1(1420)$ -мезонов, были использованы для фитирования этих спектров, и в результате получены значения отношения  $R(k/\eta\pi^o\pi^o) = |\alpha_{JPC}^k|^2 / \sum_n |\alpha_{JPC}^n|^2$ для этих мезонов. Интересно при этом отметить, что для  $\iota/\eta(1440)$ мезона отношение  $BR(\iota \to \eta(\pi^o\pi^o)_S)/BR(\iota \to a_0\pi^oa_0 \to \eta\pi^o) =$  $4.3 \pm 1.2$ , что на порядок величины больше аналогичного отношения  $(0.54 \pm 0.22)$  для  $\eta(1295)$ -мезона.

Таблица 1: Параметры резонансов, полученные при фите квадратов амплитуд на Рис.18 и 19, подробности см. в основном тексте.

Мезоны	$J^{PC}$	Масса в МэВ	Ширина в МэВ
$\eta(1295)$	0-+	$1299 \pm 4$	< 40, 90% CL
$\iota/\eta(1440)$	$0^{-+}$	$1424\pm 6$	$85 \pm 18$
$f_1(1285)$	$1^{++}$	$1284\pm6$	$55 \pm 18$
$f_1(1420)$	$1^{++}$	$1435\pm9$	$90 \pm 25$

<u>В шестой главе</u> диссертации представлены результаты феноменологического анализа угловых распределений в  $4\pi^0$ -системе, образующейся в реакции

$$\pi^- p \to 4\pi^o n \tag{55}$$

при импульсах 38 и 100 ГэВ/с. Впервые данные о резонансных состояниях в системе  $4\pi^o$  были получены в рамках эксперимента NA12 [28] при импульсе 100 ГэВ/с. Распад резонансов по каналу  $4\pi^o$  представляет большой интерес, так как он чувствителен к внутренней структуре распадающихся по этому каналу частиц. Для обычных  $q\bar{q}$ -мезонов распад  $X^o \to 4\pi^o$  является редким ( $BR \sim 10^{-2}$ ) по сравнению с другими (заряженными) каналами распада на  $4\pi$ , которые усилены за счет промежуточных  $\rho$ -мезонов:  $X^o \to \rho\rho \to 2\pi^+2\pi^-$ ,  $\pi^+\pi^-2\pi^o$ . В то же время для глюбольных (двухглюонных) состояний G относительная вероятность распада  $G \to 4\pi^o$  может достигать 10%, благодаря механизму глюонного обесцвечивания.

Система  $4\pi^{o}$  выделялась из ансамбля реконструированных  $8\gamma$ событий при помощи кинематического 5С-фита: CL(5C-fit)>0.1, фиксировались массы нейтральных пионов и масса нейтрона в конечном состоянии реакции (55). Обработка данных при 38 и 100 ГэВ/с проводилась с использованием одних и тех же программ и критериев отбора, и поэтому ниже не делается различия между ними. Здесь мы отметим, что уровень фона в отобранных  $4\pi^{o}$ -событиях при импульсе пучка 38 и 100 ГэВ/с не превышает 12% и 10%, соответственно.

В спектре масс  $3\pi^{o}$ -подсистем ярко проявляется пик, соответствующий регистрации трехпионного распада  $\eta$ -мезона, образующегося совместно с  $\pi^{o}$  в реакции  $\pi^{-}p \rightarrow \eta\pi^{o}n$ . Эта реакция является основным физическим фоном по отношению к реакции прямого образования  $4\pi^{o}$ -систем. Она выделена из событий (55) при помощи отбора по эффективной массе  $3\pi^{o}$ -подсистем в области  $\eta$ -мезона, [490,610] МэВ. В дальнейшем анализе эти события не использовалась.

Спектры масс отобранных  $4\pi^{o}$ -систем при импульсах 38 и 100 ГэВ/с, в том числе и с дополнительными отборами по квадрату переданного импульса  $4\pi^{o}$ -системе -t<0.15 (ГэВ/с)<sup>2</sup> представлены на Рис.20. Качественно спектры  $4\pi^{o}$ -масс при импульсах 38 и 100 ГэВ/с весьма схожи. В них наблюдаются структуры в области масс  $f_2(1270)$ - и  $G(1590)/f_0(1500)$ -мезонов, а также пик, соответствующий образованию состояния с массой ~ 1800 МэВ. Отбор по t был введен здесь, чтобы обогатить ансамбль подлежащих дальнейшему анализу событий процессами однопионного обмена.



Рис. 20: Спектры инвариантных масс  $4\pi^{\circ}$ -системы в реакции  $\pi^{-}p \rightarrow 4\pi^{o}n$ : а) при импульсе 38 ГэВ/с, b) при импульсе 38 ГэВ/с и  $-t < 0.15 (\Gamma_{9}B/c)^{2}$ , с) при импульсе 100 ГэВ/с и  $-t < 0.15 (\Gamma_{9}B/c)^{2}$ .

В разделе 6.2 диссертации рассмотрены феноменологические амплитуды  $4\pi^{o}$ -распада резонансов с разными спинами, а также приведена аргументация, что в области масс  $4\pi^{o}$ -систем до 2500 МэВ можно ограничиться состояниями со спин-четностью  $J^{P} = 0^{+}$  и  $2^{+}$ . Показано, что угловые распределения в системе Готтфрида-Джексона для резонансов, образующихся в реакции (55) с доминирующим однопионным обменом упрощаются, если их выразить, см. [29], в зависимости от угла  $\theta_{Ob}$ :

$$\cos^2\theta_{Ob} = \sum_{j < i} (\vec{p}^{\ ij})^2 \cos^2\theta_{ij} / \sum_{j < i} (\vec{p}^{\ ij})^2, \tag{56}$$

где  $i, j = 1, 2, 3, \quad \vec{p}^{\ ij} = \vec{p}^{\ i} + \vec{p}^{\ j}, \ \cos\theta_{ij} = (\vec{e_z} \vec{p}^{\ ij})/|\vec{p}^{\ ij}|, \ a \ \vec{p}^{\ i} \ ectbox$ импульс пиона i в системе Готтфрида-Джексона резонанса. При этом угловая часть амплитуды  $Z_{4\pi^o}^{JM}$  распада резонанса со спином J = 2 и нулевой проекцией на третью ось (M = 0) приобретает вид

$$Z_{4\pi^{o}}^{20}(\vec{p}^{1}, \vec{p}^{2}, \vec{p}^{3}, \vec{p}^{4}) = \frac{(3\cos^{2}\theta_{Ob} - 1)}{\sqrt{6}} \cdot \sum_{j < i} (\vec{p}^{ij})^{2}, \qquad (57)$$

подобный таковому для амплитуды  $2\pi^{o}$ -распада состояния со спином 2, где полярный угол  $\cos\theta_{GJ}$  вылета пиона в системе Готтфрида-Джексона заменен на угол  $\cos\theta_{Ob}$  (56). При этом очевидно, что в случае  $4\pi^{o}$ -резонанса со спином J = 0 угловая часть его амплитуды распада  $Z_{4\pi^{o}}^{00}$  равна константе без учета фазового объема.

В разделах 6.4 и 6.5 диссертации представлены результаты анализа угловых распределений по углу  $cos\theta_{Ob}$  распада  $4\pi^o$ -систем, образующихся в реакции (55) при импульсах 38 и 100 ГэВ/с. Анализ спин-четности  $4\pi^o$ -состояний был проведен при помощи серии отборов по  $cos \ \theta_{Ob}$ . Отборы подобраны так, чтобы в различной степени подавлять регистрацию  $J^P = 0^+$  и  $2^+$  состояний, имеющих различные распределения по  $\cos \theta_{Ob}$ : состояние 0<sup>+</sup> имеет равномерное распределение без учета фазового объема, а состояние 2<sup>+</sup> – пропорциональное квадрату полинома Лежандра  $P_2(\cos \theta_{Ob})$ , см. уравнение (57). МК-моделирование реакции (55) позволило зафиксировать отборы  $cos\theta_{Ob} < 0.4$  и  $cos\theta_{Ob} > 0.5$ , благоприятные для наблюдения  $4\pi^{o}$ -состояний с  $J^{P} = 2^{+}$  и  $J^{P} = 0^{+}$ , соответственно. На Рис.21 показаны спектры масс  $4\pi^{o}$ -событий, удовлетворяющих указанным отборам по  $\cos \theta_{Ob}$  при импульсе 100 ГэВ/с. В спектрах масс наблюдаются пики от  $f_2(1270)$ -, G1590)- и  $X_2(1810)$ - резонансов, однако с разным соотношением числа событий в этих пиках.



Рис. 21: Спектры инвариантных масс  $4\pi^o$ -системы в реакции  $\pi^- p \rightarrow 4\pi^o n$  при импульсе 100 ГэВ/с: b)  $\cos\theta_{Ob} < 0.4$ , отбор выделяет состояния с  $J^P = 2^+$ ; c)  $\cos\theta_{Ob} > 0.5$ , отбор выделяет состояния с  $J^P = 0^+$ ; штриховые линии – фазовый объем  $4\pi^o$ -системы.

Прежде чем переходить к количественным оценкам по спектрам масс на Рис. 21, следует отметить высокую степень комбинаторики при проведении 5С-фита событий реакции (55): в сумме перебирает-



Рис. 22: Фит спектров масс  $4\pi^{o}$ -систем в событиях реакции  $\pi^{-}p \rightarrow 4\pi^{o}n$  при импульсе 38 ГэВ/с и -t < 0.15 (ГэВ/с)<sup>2</sup>, имеющих одну комбинацию фотонов с CL(5C-fit)>0.1, тремя функциями Брейта-Вигнера и экспоненциальным фоном; фон показан штриховой линией: a)  $cos\theta_{Ob} < 0.4$  (выделяются состояния с  $J^{P} = 2^{+}$ ); b)  $cos\theta_{Ob} > 0.5$  (выделяеются состояния с  $J^{P} = 0^{+}$ ); c) и d) то же, что и на рисунках a) и b), но за вычетом фона.

ся 105 комбинаций фотонов на одно событие. Расчеты методом МК показали, что в 30% событий имеют место две комбинации с CL(5C-fit)>0.1, что приводит к существенному искажению импульсов пионов и, соответственно, угла  $cos\theta_{Ob}$ . Такие события были отброшены. На Рис. 22 представлены спектры масс  $4\pi^o$ -систем в реакции (55) при импульсе 38 ГэВ/с для событий с  $cos\theta_{Ob} < 0.4$  и  $cos\theta_{Ob} > 0.5$ , имеющих в отличие от спектров событий на Рис. 21, только одну комбинацию фотонов с CL(5C-fit)>0.1. Эти спектры были профитированы тремя функциями Брейта-Вигнера и гладким фоном. На верхних рисунках, Рис. 22, сплошной линией показаны результи-

рующие фитирующие кривые, фон показан штриховыми линиями. На нижних рисунках фон вычтен, и теперь ясно видны три резонанса, соответствующие наблюдению  $f_2(1270)$ -, G1590)- и  $X_2(1810)$ мезонов. Аналогичные распределения были построены и по данным при 100 ГэВ/с. Полученные параметры резонансов  $f_2(1270)$ , G(1590)и  $X_2(1810)$  при импульсах 38 и 100 ГэВ/с согласуются между собой.

Скалярный  $4\pi^{o}$ -резонанс ( $M = 1570 \pm 20$  МэВ,  $\Gamma = 150 \pm 20$  МэВ) идентифицируется как G(1590)-мезон, который ранее наблюдался в модах распада  $\eta\eta$  и  $\eta'\eta$ , подробнее см. [14, 29]. Приводятся сечения его образования в реакции (55) при импульсах 38 и 100 ГэВ/с.

Масса и ширина пика в области  $f_2(1270)$ -мезона ( $M = 1283 \pm 6$  МэВ,  $\Gamma = 150 \pm 20$  МэВ) согласуются с его табличными значениями. Это обстоятельство, а также данные о спин-четности свидетельствуют о наблюдении редкого распада  $f_2(1270) \rightarrow 4\pi^o$ , для вероятности которого по данным при импульсах 38 и 100 ГэВ/с получена оценка:  $BR(f_2(1270) \rightarrow 4\pi^o) = (3.7 \pm 0.7) \times 10^{-3}$ .

Впервые наблюдаемый  $4\pi^{o}$ -резонанс  $X_2(1810)$  имеет квантовые числа  $J^{PC} = 2^{++}$ ; измеренные значения его массы и ширины равны:  $M = 1806 \pm 10$  МэВ,  $\Gamma = 190 \pm 20$  МэВ.

<u>В седьмой главе</u> проведено обсуждение наиболее значимых из представленных в диссертации результатов, а также дано их сравнение с данными других экспериментов и теоретическими моделями.

В разделе 7.1 обсуждается значение решения проблемы неоднозначностей ПВА бинарных систем из псевдоскалярных мезонов, включая методику сшивки парциальных волн масс-независимого анализа в соседних бинах по массе двухмезонной системы с использованием корней функции Герстена. Безусловно, это имело большое значение для развития методики ПВА в целом, поскольку здесь было определено число возникающих нетривиальных решений в зависимости от множества парциальных волн, включенных а анализ, а также предложена математически четкая процедура нахождения всех нетривиальных решений по одному известному.

Раздел 7.2 посвящен скалярным резонансам. Наблюдение серии скалярных  $\pi^0\pi^0$ -резонансов,  $f_0(980)$ ,  $f_0(1300)$ ,  $f_0(1500)$  и  $f_0(2010)$ , образующихся в зарядовообменной реакции (36), – это, несомненно,

значимый результат проведенных исследований. Характерная особенность механизма образования этих резонансов при малых переданных импульсах,  $-t < 0.2 \ (\Gamma \Rightarrow B/c)^2$ , состоит в их деструктивной интерференции с нерезонансными (фоновыми) процессами рождения  $\pi^0 \pi^0$ -системы в этой реакции. Особый интерес к скалярным состояниям связан с проблемой поиска и идентификации экзотических резонансов, включая скалярные глюболы. Здесь интересно отметить, что из всех изучавшихся в экспериментах на установках ГАМС-2000 и ГАМС-4000 скалярных резонансов только один резонанс, а именно  $G(1590)/f_0(1500)$ , наблюдается в системе  $4\pi^0$ , что является еще одним аргументом в пользу экзотической природы этого резонанса.

В разделе 7.3 основное внимание уделено резонансам с высшими спинами. Это  $f_2(1270)$ -,  $f_4(2050)$ -,  $f_6(2510)$ - резонансы в системе  $2\pi^0$ ,  $a_2^o(1320)$ -,  $a_4^o(2040)$ - резонансы в системе  $\eta\pi^0$  и  $f_2(1270)$ -,  $f_2(1810)$ резонансы в системе  $4\pi^0$ . Перечисленные резонансы в системах  $2\pi^0$  и  $\eta\pi^0$  являются классическими  $q\bar{q}$ -мезонами. Они хорошо ложатся на  $f_2/a_2$ -траектории. При этом как  $f_6(2510)$ , так и  $a_6(2450)$  являются в настоящее время мезонами с наивысшим спином. В этом плане эксперименты по поиску мезоннов с более высоким спином, например,  $f_8(2980)$  и  $a_8(2900)$ , массы которых легко считаются в рамках модели Редже, представляют несомненный интерес для развития теории.

В разделе 7.4 обсуждаются результаты ПВА для системы  $\eta\pi$ в области масс до 1800 МэВ. Здесь основным результатом является наблюдение скалярного мезона  $a_0(1300)$  в канале распада на  $\eta\pi^0$ , а также экспериментальное подтверждение доминантного образования  $a_2(1320)$ -мезона с естественной спин-четностью обмена в *t*-канале реакции (37). Что же касается состояния  $\pi_1(1400)$  с экзотическими квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{-+}$ , то данные проведенного ПВА не противоречат его образованию в реакции (37) при импульсе 38 ГэВ/с, но не могут служить и независимым доказательством его существования. Здесь необходимы дальнейшие эксперименты.

В разделе 7.5 рассмотрены резонансы в системе  $\eta \pi^o \pi^o$ , образующиеся в реакции (48) при импульсе 100 ГэВ/с. В спектрах квадратов соответствующих  $J^{PC}$ -амплитуд идентифицированы четыре резонансные состояния:  $\eta(1295)$ ,  $\iota/\eta(1440)$ ,  $f_1(1285)$  и  $f_1(1420)$ , см.

рисунки 18 и 19. Каждое из этих состояний представляет свой собственный интерес, и все они здесь детально обсуждаются. Однако основное внимание в этом разделе уделено состоянию  $\iota/\eta(1440)$ , проведенное изучение которого в рамках работы [24] дало дополнительные весомые аргументы в пользу его интерпретации как  $\eta(1405)$ -мезона, являющегося кандидатом в псевдоскалярные глюболы.

<u>В заключении</u> перечислены основные результаты диссертационной работы.

## Список литературы

- А.В.Кулик, А.А.Леднев, С.А.Садовский, А.В.Синьговский, Г.В.Хаустов, Определение энергий и координат у-квантов в годоскопическом черенковском спектрометре ГАМС-2000, - Препринт ИФВЭ 85-17, Серпухов, 1985.
- [2] М.Ю.Боголюбский, С.В.Ерин, М.О.Лобанов, П.Мартиненго, Н.Г.Минаев, Ф.Пиуз, С.А.Садовский, Ю.В.Харлов, Методы реконструкции координат в газовых детекторах с катодным считыванием данных, ПТЭ, 2002, N3, с. 39-53.
- [3] M.Yu.Bogolyubsky, Yu.V.Kharlov, S.A.Sadovsky, Direct photon identification with artifical neural network in the photon spectrometer PHOS, Nucl. Instr. Meth. A502 (2003) 719-722.
- [4] С.А.Садовский, Банк реальных фотонных ливней для моделирования событий в годоскопическом спектрометре ГАМС-2000, -Препринт ИФВЭ 85-34, Серпухов, 1985.
- [5] A.A.Kondashov, S.A.Sadovsky, V.D.Samoylenko, Fourier parametrization of the multi-dimensional Monte Carlo efficiency, Preprint IHEP 91-167, Protvino, 1991.
- [6] A.A.Kondashov, S.A.Sadovsky, V.D.Samoylenko, Fourier parametrization of the multi-dimensional Monte Carlo efficiency, XXVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Dallas, 1992, Presented by S.A.Sadovsky; Proc. XXVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Dallas, v2 (1992) 1791-1794.

- [7] S.A.Sadovsky, A.E Sobol, Fourier analysis of the multi-dimensional distributions, Presented by S.A.Sadovsky, Proc. Third Intern. Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems for High Energy and Nuclear Physics, Oberammergrau, 1993, 639-644.
- [8] С.А.Садовский, О выборе функционала минимизации в парциально-волновом анализе, ДАН 319 (1991) 165-169.
- [9] S.A.Sadovsky, On the ambiguities in partial wave analysis of  $\pi^- p \rightarrow \eta \pi^o n$  reaction, Preprint IHEP 91-75, Protvino, 1991.
- [10] S.A.Sadovsky, Ambiguity of the Partial Wave Analysis of the Reaction  $\pi^- p \to \eta \pi^0 n$ , Phys. Atom. Nucl. 62 (1999) 519-521.
- [11] D.Alde, F.G.Binon, M.Boutemeur, C.Bricman, S.V.Donskov, M.Gouanere, A.V.Inyakin, S.Inaba, V.A.Kachanov, G.V.Khaustov, E.A.Knapp, A.A.Kondashov, A.A.Lednev, V.A.Lishin, S.A.Sadovsky, J.P.Peigneux, M.Poulet, Yu.D.Prokoshkin, V.D.Samoylenko, P.M.Shagin, A.V.Singovsky, J.P.Stroot, V.P.Sugonyaev, K.Takamatsu, T.Tsuru, Study of the  $\pi^{o}\pi^{o}$  system with the GAMS-4000 spectrometer at 100 GeV/c, Eur. Phys. J., A3 (1998) 361-371.
- [12] Ю.Д.Прокошкин, С.А.Садовский, О неоднозначности решений в парциально-волновом анализе реакции  $\pi^- p \to \eta \pi^0 n$ , ДАН 323 (1992) 486-489.
- [13] D.Alde, F.G.Binon, M.Boutemeur, C.Bricman, S.V.Donskov, M.Gouanere, A.V.Inyakin, S.Inaba, V.A.Kachanov, G.V.Khaustov, E.A.Knapp, A.A.Kondashov, A.A.Lednev, V.A.Lishin, J.P.Peigneux, M.Poulet, Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, P.M.Shagin, A.V.Singovsky, J.P.Stroot, V.D.Samoylenko, V.P.Sugonyaev, K.Takamatsu, T.Tsuru, Study of the  $\pi^{o}\pi^{o}$  system at 100 GeV/c, Presented by S.A.Sadovsky at 7th Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy HADRON'97, BNL, 25-30 August 1997, Proc. 432, p.547, 1997.
- [14] S.A.Sadovsky, The  $2\pi^{o}$  and  $4\pi^{o}$  systems from GAMS-2000, Proc. Third Workshop on Light Quark Meson Spectroscopy, KEK proceedings 92-8, Tsukuba (1992) 87-100.

- [15] Ю.Д.Прокошкин, С.А.Садовский, Исследование точности парциально-волнового анализа ηπ<sup>0</sup>-системы методом Монте-Карло, ЯФ 58 (1995) 921-930.
- [16] A.A.Kondashov, Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, Recent GAMS results on the π<sup>o</sup>π<sup>o</sup>-system produced in 38 GeV/c π<sup>-</sup>p charge exchange reaction, Proc. 28th Intern. Conf. on High Energy Physics, Warsaw, 1996, pp. 474-477.
- [17] Ю.Д.Прокошкин, А.А.Кондашов, С.А.Садовский, Данные о *π<sup>o</sup>π<sup>o</sup>*- системе, образующейся в зарядовообменной *π<sup>-</sup>p*-реакции при импульсе 38 ГэВ/с, ДАН 353 (1997) 323-326.
- [18] Ю.Д.Прокошкин, С.А.Садовский, Анализ D-волны в реакции  $\pi^- p \rightarrow a_2^o(1320)n$ , ЯФ 58 (1995) 662-668.
- [19] Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, A.E.Sobol, Observation of a spin-4 meson decaying into  $\eta\pi^0$ , presented by S.A.Sadovsky at Sixth Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy HADRON'95; Proc. HADRON'95, Manchester, 1995, pp. 445-447.
- [20] Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, A.E.Sobol,  $a_4^o(2010)$  meson decaying into  $\eta \pi^o$ , Proc. Third Intern. Conf. on Nucleon-Antinucleon Physics NAN'95, Moscow 1995, Phys. Atom. Nucl. 59 (1996) 1392-1394.
- [21] Д.Алди, Ф.Бинон, К.Брикман, М.Бутмер, М.Гуанер, С.В.Донсков, С.Инаба, А.В.Инякин, В.А.Качанов, Т.Кинаши, М.Кобаяши, В.Н.Колосов, А.А.Кондашов, А.В.Кулик, Г.Л.Ландсберг, А.А.Леднев, В.А.Лишин, Ю.Д.Прокошкин, М.Пуле, С.А.Садовский, В.Д.Самойленко, А.В.Синьговский, А.Е.Соболь, Ж.-П.Строот, В.П.Сугоняев, К.Такаматсу, Т.Тсуру, Г.В.Хаустов, П.М.Шагин, А.В.Штанников, Наблюдение а<sub>4</sub>мезона в канале распада  $\eta \pi^{o}$ , ЯФ 59 (1996) 1027-1035.
- [22] D.Alde, F.G.Binon, M.Boutemeur, C.Bricman, S.V.Donskov, M.Gouanere, A.V.Inyakin, S.Inaba, V.A.Kachanov, G.V.Khaustov, E.A.Knapp, A.A.Kondashov, A.A.Lednev, V.A.Lishin, J.P.Peigneux, M.Poulet, Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, V.D.Samoylenko, P.M.Shagin, A.V.Singovsky, J.P.Stroot,

V.P.Sugonyaev, K.Takamatsu, T.Tsuru, Study of the  $\eta\pi^o$  system in the mass range upto 1200 MeV, Presented by S.A.Sadovsky at 7th Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy HADRON'97, BNL, 25-30 August 1997, Upton, 1997, pp. 774-777.

- [23] Yu.D.Prokoshkin, S.A.Sadovsky, A study of E/ι region in the ηπ<sup>o</sup>π<sup>o</sup> decay channel with GAMS-4000 spectrometer, Proc. Fourth Biennial Conf. on Low Energy Antiproton Physics LEAP'96, Dinkelsbuhl, Nucl. Phys. B 56A (1997) 222-226.
- [24] Д.Алди, Ф.Бинон, К.Брикман, М.Бутмер, М.Гуанер, С.В.Донсков, С.Инаба, А.В.Инякин, В.А.Качанов, Т.Кинаши, М.Кобаяши, А.В.Кулик, А.А.Леднев, Т.Накамура, Э.А.Напп, Ж.-П.Пенье, С.А.Половников, Ю.Д.Прокошкин, М.Пуле, С.А.Садовский, В.Д.Самойленко, А.В.Синьговский, Ж.-П.Строот, В.П.Сугоняев, К.Такаматсу, Т.Тсуру, Г.В.Хаустов, П.М.Шагин, А.В.Штанников, Анализ спин-четности  $\eta \pi^0 \pi^0$ системы в зарядовообменной  $\pi^-$ р-реакции при импульсе 100 ГэВ/с методом Земаха, ЯФ 60 (1997) 458-463.
- [25] Ю.Д.Прокошкин, С.А.Садовский, Изучение ηπ<sup>0</sup>π<sup>0</sup>-системы в области масс E/ι-мезона при помощи спектрометра ГАМС-4000, ДАН 354 (1997) 751.
- [26] S.A.Sadovsky, New GAMS results on meson spectroscopy, Proc. Second Biennial Workshop on Nucleon-Antinucleon Physics -NAN'93, Moscow 1993, Phys. Atom. Nucl. 57 (1994) 1600-1609.
- [27] S.A.Sadovsky, Comments to the partial wave analysis of the  $\eta\pi$ system produced in peripheral  $\pi p$ -interactions, Nucl. Phys. A655 (1999) 131c-136c.
- [28] Д.Алди, Ф.Бинон, К.Брикман, М.Гуанэр, С.В.Донсков, А.В.Инякин, В.А.Качанов, Д.Б.Какауридзе, А.В.Кулик, Ж.-П.Ланье, А.А.Леднев, Ю.В.Михайлов, Т.Мутьюи, Э.А.Нап, В.Ф.Образцов, Ж.-П.Пенье, Ю.Д.Прокошкин, Ю.В.Роднов, С.А.Садовский, В.Д.Самойленко, А.В.Синьговский, Ж.-П.Строот, В.П.Сугоняев, Г.В.Хаустов, П.М.Шагин, А.В.Штанников, Нейтральные мезоны, распадающиеся по каналу  $4\pi^0$ , ЯФ 47 (1988) 997.

[29] D.Alde, F.G.Binon, C.Bricman, S.V.Donskov, M.Gouanere, A.V.Inakin, V.A.Kachanov, D.B.Kakauridze, G.V.Khaustov, E.A.Knapp, A.V.Kulik, J.P.Lagnaux, A.A.Lednev, Yu.V.Mikhailov, T.Mouthuy, V.F.Obtaztsov, J.P.Peigneux, Yu.D.Prokoshkin, Yu.V.Rodnov, S.A.Sadovsky, V.D.Samoylenko, P.M.Shagin, A.V.Shtannikov, A.V.Singovsky, J.P.Stroot, V.P.Sugonyaev, Neutral Mesons which decay into  $4\pi^0$ , Phys. Lett. B198 (1987) 286.

Рукопись поступила 17 марта 2015 г.

Автореферат отпечатан с оригинала-макета, подготовленного автором.

С.А.Садовский

Исследование двух-, трех- и четырехмезонных систем, образующихся в зарядовообменных  $\pi^- p$  - взаимодействиях.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы ЦАТ<sub>Б</sub>Х.

Подписано к печати 09.04.2015. Формат  $60 \times 84/16$ . Цифровая печать. Печ.л. 3,0. Уч.-изд.л. 2,4. Тираж 100. Заказ 3. Индекс 3649.

ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ «Курчатовский институт» 142281, Московская область, город Протвино, площадь Науки, дом 1.

www.ihep.ru; http://www.ihep.ru/files/Sadovsky\_thesis.pdf

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т<br/> ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт", 2015

Индекс 3649