

УТВЕРЖДАЮ

Директор ФГБУ ГНЦ ИФВЭ
НИЦ "Курчатовский институт"
д.ф.-м.н. профессор



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного учреждения "Государственный научный центр Российской Федерации — Институт физики высоких энергий" Национального исследовательского центра "Курчатовский институт"

Диссертация "Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей" выполнена в Отделе теоретической физики ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт".

В период подготовки диссертации соискатель **Сапонов Павел Алексеевич** работал в Федеральном государственном бюджетном учреждении "Государственный научный центр Российской Федерации — Институт физики высоких энергий" Национального исследовательского центра "Курчатовский институт" в должности старшего научного сотрудника.

Научный консультант — доктор физико-математических наук, **Разумов Александр Витальевич**, главный научный сотрудник Отдела теоретической физики Федерального государственного бюджетного учреждения "Государственный научный центр Российской Федерации — Институт физики высоких энергий" Национального исследовательского центра "Курчатовский институт".

По итогам обсуждения на заседании семинара Отдела теоретической физики ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ "Курчатовский институт" принято следующее заключение:

Диссертационная работа по теме "Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей" выполнена на высоком научном уровне при непосредственном участии соискателя. В диссертационной работе получены следующие результаты:

1. Исследована структура широкого класса квантовых матричных алгебр, лежащих в основе интегрируемых моделей математической и статистической физики. Для квантовых матриц найдены тождества Гамильтона-Кэли и на их основе введено понятие спектра квантовой матрицы. В терминах квантовых собственных значений выражены элементы максимальной коммутативной подалгебры и, в частности, найдены неизвестные ранее соотношения на симметрические функции Шура. Эти соотношения позволили обнаружить нетривиальную факторизацию полинома Гамильтона-Кэли в суперсимметрическом случае.
2. Для специального класса квантовых матричных алгебр — алгебр уравнения отражений — построена теория конечномерных представлений и вычислены собственные значения элементов Казимира в неприводимых представлениях. Найдено правило тензорного перемножения представлений и разложения их на неприводимые слагаемые. Решение этой задачи (в отличие от теории алгебр Ли) существенно осложняется отсутствием простого правила коумножения в алгебре уравнения отражений.

3. Рассмотрены приложения квантовых матричных алгебр к обобщению дифференциально-геометрических структур в область некоммутативной геометрии. В частности, в диссертации введено понятие квантового многообразия (пространства с некоммутативными координатами) на основе полиномиальных уравнений на координаты. Затем определено действие группы симметрии на таком объекте, а также введены понятия касательных векторов и инвариантных дифференциальных операторов, действующих на функции на многообразии. Важным примером такого оператора является оператор Лапласа.
4. Построено некоммутативное дифференциальное исчисление на квантовой матричной алгебре, инвариантное относительно действия группы симметрии. Введено понятие некоммутативных частных производных по квантовым координатам, найдены модифицированные правила Лейбница, позволяющие вычислять действие этих производных на некоммутативных функциях. Выяснена связь некоммутативных производных и оператора внешнего дифференцирования.
5. В качестве приложения математических конструкций некоммутативной геометрии рассмотрены модели атома водорода в некоммутативном пространстве и свободные полевые уравнения Клейна-Гордона и Дирака. Для атома водорода вычислены поправки в спектр и волновую функцию, происходящие от некоммутативности пространства, для свободных полевых уравнений найдены решения в виде аналогов плоских волн.

Предъявляемые к защите результаты представлены в диссертации в полном объеме. Тематика работы полностью соответствует специальности “Теоретическая физика”. Диссертация “Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей” Сапонова Павла Алексеевича рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика.

Заключение принято на заседании семинара Отдела теоретической физики ФГБУ ГИЦ ИФВЭ НИЦ “Курчатовский институт”. Присутствовало на семинаре 15 человек, среди них 6 докторов и 9 кандидатов физико-математических наук. Результаты голосования: “за” — 15 человек, “против” — 0 человек, “воздержались” — 0 человек, протокол № 2 от 11 ноября 2014 года.

Основные научные результаты, включенные в диссертацию, содержатся в следующих публикациях:

1. Gurevich D., Saponov P., *Quantum line bundles via Cayley-Hamilton identity*, Journal of Physics A: Math. Gen. **34** (2001) 4553 – 4569.
2. Gurevich D., Saponov P., *Quantum line bundles on a noncommutative sphere* Journal of Physics A: Math. Gen. **35** (2002) 9629–9643.
3. Д. Гуревич, П. Сапонов, *Неодномерные представления алгебры уравнения отражений*, Теоретическая и математическая физика, том **139** (2004) 45–61.
4. Saponov P., *The Weyl approach to the representation theory of reflection equation algebra*, Journal of Physics A: Math. Gen. **37** (2004) 5021–5046.
5. Гуревич Д.И., Пятов П.Н., Сапонов П.А., *Теорема Гамильтона-Кэли для квантовых матричных алгебр $GL(m|n)$ типа*. Алгебра и Анализ, том **17** (2005) 157–179.
6. Гуревич Д.И., Пятов П.Н., Сапонов П.А., *Квантовые матричные алгебры $GL(m|n)$ типа II: структура характеристической подалгебры и ее спектральная параметризация*, Теоретическая и Математическая Физика, том **147** (2006) 14–46.

7. Gurevich D., Saponov P. *Geometry of non-commutative orbits related to Hecke symmetries*, Contemporary Mathematics, **433** (2007) 209–250.
8. D.I. Gurevich, P.N. Pyatov, P.A. Saponov, *Representation theory of (modified) reflection equation algebra of $GL(m|n)$ type*, Алгебра и Анализ, том **20** (2008) 70–133.
9. Д. Гуревич, П. Пятов, П. Сапонов *Спектральная параметризация для степенных сумм квантовых суперматриц*, Теоретическая и математическая физика, том **159** (2009) 206–218.
10. D. Gurevich, P. Saponov, *Braided affine geometry and q -analogs of wave operators*, Journal of Physics A: Math. and Theor., **42** (2009) 313001.
11. D. Gurevich, P. Pyatov, P. Saponov, *Bilinear identities on Schur symmetric functions*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics **17**, Supplementary Issue 1 (2010) 31–48.
12. D.I. Gurevich, P.A. Saponov, *Generic super-orbits in $gl(m|n)^*$ and their braided counterparts*, Journal of Geometry and Physics **60** (2010) 1411-1423.
13. D. Gurevich, P. Pyatov, P. Saponov, *Braided Differential Operators on Quantum Algebra*, Journal of Geometry and Physics **61** (2011) 1485-1501.
14. D. Gurevich, P.Saponov, *Braided algebras and their applications to Noncommutative Geometry*, Advances in Applied Mathematics **51** (2013) 228–253.

Секретарь семинара ОТФ
 д.ф.-м.н., г.н.с.
 ФГБУ ГНЦ ИФВЭ НИЦ
 “Курчатовский институт”



Ю.М. Зиновьев